МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИСиС»
НОВОТРОИЦКИЙ ФИЛИАЛ

Кафедра математики и естествознания

**М.Н. Белова**

# ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие по физике
для практических занятий студентов 2 курса очной формы обучения
направлений подготовки 09.03.03 Прикладная информатика,
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника,
15.03.02 Технологические машины и оборудование,
22.03.02 Металлургия, 18.03.01 Химическая технология

Новотроицк, 2022 г.

УДК 53
ББК 22.3
Б 43

**Рецензенты:**

*Доцент кафедры математики и естествознания Новотроицкого филиала ФГАОУ ВО НИТУ «МИСиС», к.ф.-м.н.*
***Гюнтер Д.А.***

*Доцент кафедры математики, информатики и физики Орского гуманитарно-технологического института (филиала) ОГУ, к.п.н.*
***Ткачева И.А.***

Белова М.Н. Электромагнетизм. Оптика. Квантовая физика: учебно-методическое пособие по физике. – Новотроицк: НФ НИТУ «МИСиС», 2022. – 95 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов направлений подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 22.03.02 Металлургия, 18.03.01 Химическая технология очной формы обучения. Пособие составлено в соответствии с программой курса «Физика», предназначено для проведения практических занятий. В пособии приведены основные понятия, формулы, законы, уравнения, контрольные вопросы для проверки знаний, примеры решения задач, задачи для самостоятельного решения и домашние задания.

*Рекомендовано Методическим советом НФ НИТУ «МИСиС»*

**Содержание**

## Введение

Необходимой практической основой при изучении курса физики является решение конкретных физических задач. Оно способствует приобщению студентов к самостоятельной творческой работе, учит анализировать изучаемые явления, выделять главные факторы этого явления, отвлекаясь от несущественных деталей, повышает уровень навыков вычислительной работы.

Для решения задач оказывается, как правило, недостаточно формального знания физических законов. В некоторых случаях необходимо знание специальных методов, приемов, общих для определенных групп задач. В других случаях таких методов не существует и тогда главным становится способность аналитического мышления, то есть умение рассуждать.

Настоящее учебно-методическое пособие имеют целью углубить понимание физических законов и явлений, пояснить применение некоторых методов решения задач, развить умение анализировать.

Пособие к практическим занятиям по физике составлены в соответствии с программой курса физики и содержит разработки восьми занятий по решению задач из разделов «Электромагнетизм», «Оптика», «Квантовая физика».

К каждому практическому занятию приведены: основные понятия, формулы, законы, методические указания по подготовке к занятию и решению задач данной темы; контрольные вопросы для проверки знаний студентов; примеры решения задач; задачи для самостоятельного решения; домашние задания в пяти вариантах. Каждый вариант домашнего задания содержит пять задач различной степени сложности, расположенных в порядке возрастания сложности задания.

Совокупность формул, законов и уравнений позволяет в пределах каждой темы обойтись без привлечения справочного и теоретического материала.

Важным элементом данной работы является подробное пояснение методики подготовки к практическому занятию и методические указания по решению задач каждой темы.

Приведенные примеры решения задач показывают многообразие способов решения различных заданий по данной теме; позволяют выявить основные физические процессы, имеющие место в данном случае; выяснить, каким физическим законам подчиняются эти процессы.

Задачи для самостоятельного решения составлены в достаточном количестве с целью использования их как для индивидуального, так и для коллективного решения.

Предлагаемые методические указания предназначены для студентов дневного отделения, но могут быть использованы в качестве дополнительного пособия студентами заочного отделения.

При выполнении представленных в методических указаниях заданий, студенты приобретают компетенции, предусмотренные учебным планом подготовки бакалавров направлений 09.03.03 Прикладная информатика, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 22.03.02 Металлургия, 18.03.01 Химическая технология.

**Практическое занятие № 1**

**Закон Кулона. Напряженность поля точечного заряда и системы зарядов. Принцип суперпозиции**.

## 1.1 Основные вопросы теории

**Электрическое поле** - материальная среда, существующая вокруг заряженных тел и проявляющая себя силовым действием на заряды.

**Электростатика** - раздел электродинамики, в котором изучается взаимодействие неподвижных электрических зарядов.

**Точечный заряд** — заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.

**Закон сохранения заряда**: в любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма электрических зарядов остается величиной постоянной

Замкнутая система: $q_1 + q_2 + \ldots + q_n = const$

**Закон Кулона:** сила электростатического взаимодействия между двумя точечными неподвижными электрическими зарядами в вакууме пропорциональна произведению модулей зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и зависит от среды. В которой они находятся; направлена вдоль соединяющей их прямой так, что одноименные заряды притягиваются, а разноименные отталкиваются.

$$F_к = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$$

$$\text{или } F = k\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$$

где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^{9}$ Н·м²/ Кл²,

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл²/(Н·м²) – электрическая постоянная,

ε- диэлектрическая проницаемость среды.

**Напряженность электрического поля**– это векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой поля.

**Напряженность электрического поля в данной точке** –равна отношению силы, с которой поле действовало бы на точечный заряд, помещенный в данную точку поля к величине этого заряда:

$$E = \frac{F}{q} \ ,$$

единица измерения: В/м.

Физический смысл напряженности:

Численно равна силе, действующей на пробный единичный положительный заряд помещенный в данную точку поля.

**Частные случаи:**

**Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от заряда:**

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{\varepsilon r^2} \text{ или } E = \frac{k|q|}{\varepsilon r^2}$$

**Напряженность электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R, несущей заряд q, на расстоянии r от центра сферы:**

а) внутри сферы ($r < R$)

$E = 0$

б) на поверхности сферы ($r = R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R^2}$$

в) вне сферы ($r > R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$$

**Напряженность электрического поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром), на расстоянии r от ее оси:**

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{\varepsilon r}$$

где τ - линейная плотность заряда.

**Линейная плотность заряда** есть величина, равная отношению заряда, распределенного на нити, к длине нити(цилиндра):

$$\tau = \frac{dq}{dl},$$

**Напряженность электрического поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью:**

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

**Поверхностная плотность заряда** есть величина, равная отношению заряда, распределенного по поверхности, к площади этой поверхности:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

**Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей:** напряженность электростатического поля в какой-либо точке пространства, создаваемая системой зарядов, равна геометрической сумме векторов напряжённостей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности в этой же точке.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

В случае двух электрических полей с напряженностями $E_1$ и $E_2$ модуль вектора напряженности определяется по формуле

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$

где $\alpha$ – угол между векторами $E_1$ и $E_2$.

**Элементарный поток вектора напряженности** через площадку d$S$ - произведение модуля вектора E на площадь d$S$ и на косинус угла $\alpha$ между вектором E и нормалью n к площадке dS

$$d\Phi_E = E\,dS\cos\alpha = E_n\,dS$$

Поток вектора напряженности E через замкнутую поверхность:

$$\Phi = \oint_S E_n dS$$

**Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме:** поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности всех зарядов, деленную на электрическую постоянную $\varepsilon_0$.

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{внутр}$$

**Методические указания**

1. Повторите теоретический материал по учебникам:

а) Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. - §77-§82.

б) Дмитриева, В. Ф. Основы физики / В. Ф. Дмитриева, В. Л. Прокофьев. - М.: Высшая школа, 2001. - §66-§71.

2. Запишите основные формулы и уравнения по теме занятия, уясните их содержание.
3. Запишите единицы измерения физических величин по теме занятия.
4. Порядок решения задач на принцип суперпозиции:

а) Прочитать задачу; выписать все заданные значения физических величин и перевести их в систему СИ.

б) Сделать рисунок:

на рисунке изобразить распределение зарядов, которые создают поле;

выбрать систему координат, учитывая симметрию задачи;

обозначить все расстояния, которые необходимы для решения задачи, и нарисовать векторы напряженности полей, создаваемых каждым распределением зарядом в интересующей нас точке.

в) Написать формулы для вычисления модулей напряженности полей отдельных зарядов в заданной точке.

5. Спроектировать все векторы напряженностей на оси координат и найти проекции суммарного вектора напряженности на каждую ось. Зная проекции суммарного вектора на оси координат $E_x$, $E_y$ и $E_z$, можно вычислить модуль суммарного вектора, используя теорему Пифагора.

**Контрольные вопросы:**

1. В чем заключается закон сохранения заряда? Приведите примеры проявления закона.
2. Запишите, сформулируйте и объясните закон Кулона.
3. Какие поля называют электростатическими?
4. Что такое напряженность E электростатического поля?
5. Каково направление вектора напряженности E? Единица напряженности в СИ.
6. Запишите формулу напряженности электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от заряда.
7. Запишите формулу напряженности электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R, несущей заряд q, на расстоянии r от центра сферы.
8. Запишите формулу напряженности электрического поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром), на расстоянии r от ее оси.
9. Запишите формулу напряженности электрического поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью.
10. Что такое линейная и поверхностная плотности зарядов?
11. Сформулируйте теорему Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме.

## 1.2 Примеры решения задач

**Пример 1.1:**

Два одинаковых по размеру маленьких металлических шарика имеют заряды $q_1$ = 9 мкКл и $q_2$ = - 5 мкКл. Шарики привели в соприкосновение и развели на некоторое расстояние. Определите это расстояние r (в см), если сила взаимодействия зарядов при этом оказалась равной F = 25 Н.

**Дано:**

$q_1$=9 мкКл = $9\cdot10^{-6}$ Кл

$q_2$= -5 мкКл = $-5\cdot10^{-6}$ Кл

F = 25 Н

**Найти:** r

**Решение:**

Маленькие заряженные шарики можно считать точечными зарядами. Система шаров является электрически изолированной и для нее выполняется закон сохранения заряда.

При приведении их в соприкосновение происходит перераспределение суммарного заряда. Поскольку размеры шариков одинаковые, то суммарный заряд системы поделится между ними поровну. Рисунок в этой задаче необязателен, т.к. при написании уравнений, из которых мы будем находить искомую величину, направления сил неважны. Нам в условии задан модуль силы взаимодействия зарядов после их соприкосновения.

Закон сохранения заряда: в любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма электрических зарядов остается величиной постоянной.

В нашем случае $q_1 + q_2 = q + q = 2q$, следовательно, заряд каждого шарика после их соприкосновения равен:

$$q = \frac{q_1+q_2}{2}$$

Запишем закон Кулона в конечном положении

$$F = k\,\frac{(q_1+q_2)^2}{2^2r^2}$$

Отсюда определим расстояние между зарядами в конечном состоянии:

$$r = \left|\frac{q_1+q_2}{2}\right|\sqrt{\frac{k}{F}}$$

Выполним подстановку численных значений

$$r = \frac{9\cdot10^{-6}-5\cdot10^{-6}}{2}\sqrt{\frac{9\cdot10^{9}}{25}} = 3{,}79 \text{ см}$$

**Ответ:** r = 3,79 см

**Пример 1.2:**

Найти напряженность электрического поля в точках A и B (см. рис.), лежащих на серединном перпендикуляре между точечными зарядами $q_1$ = 9 нКл и $q_2$ = –7 нКл, находящимися в вакууме. Расстояние между зарядами $r$ = 12 см, AB = 6 см, ε =1.

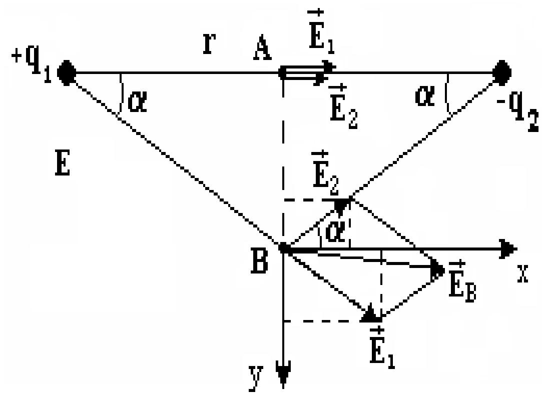


Рисунок 1 - Определение результирующих напряженностей полей точечных зарядов

**Дано:**

$q_1$ = 9 н Кл = $9\cdot10^{-9}$Кл

$q_2$ = -7 н Кл = $-7\cdot10^{-9}$Кл

r = 12 см

AB = 6 см
ε = 1

**Найти:** $E_A$, $E_B$

**Решение:**

В точке А поле создается двумя точечными зарядами $q_1$ и $q_2$. По определению напряженность поля - это сила с которой заряд, создающий поле, действует на единичный положительный точечный заряд, помещенный в точку А, поэтому вектора напряженностей $E_A$ и $E_B$ и в этой точке направлены в одну сторону.

Суммарная напряженность находится как сумма напряжённостей полей отдельных зарядов $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, или в проекции на ось OX**:** $E_A = E_1 + E_2$

Запишем формулы для вычисления модулей векторов напряженностей поля точечных зарядов $q_1$ и $q_2$ в точке А:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1|}{\varepsilon(r/2)^2} = k\,\frac{4|q_1|}{\varepsilon r^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1|}{\varepsilon(r/2)^2} = k\,\frac{4|q_2|}{\varepsilon r^2}$$

Для точки А получаем:

$E_A = k\,\frac{4q_1}{r^2} + k\,\frac{4q_2}{r^2} = \frac{4k}{r^2}(q_1 + q_2) = \frac{4\cdot 9\cdot 10^9}{0{,}12^2}(9\cdot 10^{-9} + 7\cdot 10^{-9}) = 4\cdot 10^4 = 40$ кВ/м

В точке В векторы $\overrightarrow{E_1}$ и $\overrightarrow{E_2}$ направлены под углом 2α друг к другу и модули этих векторов не одинаковые, т.к. величины зарядов $q_1$ и $q_2$ разные.

Запишем формулы для вычисления модулей векторов напряженностей поля точечных зарядов $q_1$ и $q_2$ в точке В: $(r/2)^2$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1|}{(\left(\frac{r}{2}\right)^2 + (AB)^2} = k\,\frac{|q_1|}{(\left(\frac{r}{2}\right)^2 + (AB)^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{(\left(\frac{r}{2}\right)^2 + (AB)^2} = k\,\frac{|q_2|}{(\left(\frac{r}{2}\right)^2 + (AB)^2}$$

Каждый из этих векторов дает проекцию на обе координатные оси:

$E_{1x} = E_1\cos\alpha$, $E_{1y} = E_1\sin\alpha$, $E_{2x} = E_2\cos\alpha$, $E_{2y} = E_2\sin\alpha$,

Проекции суммарного вектора напряженности в точке В равны:

$E_{B\,x} = E_1\cos\alpha$, $E_{1y} = E_1\sin\alpha$, $E_{2x} = E_2\cos\alpha$, $E_{2y} = E_2\sin\alpha$,

$E_{B\,x} = E_1\cos\alpha + E_2\cos\alpha = (E_1 + E_2)\cos\alpha$,

$E_{B\,y} = E_1\cos\alpha - E_2\cos\alpha = (E_1 - E_2)\cos\alpha$.

Теперь по теореме Пифагора можно получить формулу для вычисления модуля вектора напряженности электрического поля, создаваемого в точке В зарядами $q_1$ и $q_2$. $E_B = \sqrt{E_{Bx}^2 + E_{By}^2}$.

С учетом всех полученных выражений, проделав алгебраические преобразования, получим окончательное выражение для вычисления искомой величины:

$$E_B = \frac{k}{(\left(\frac{r}{2}\right)^2 + (AB)^2}\sqrt{(|q_1| + |q_2|)^2\cos^2\alpha + (|q_1| - |q_2|)^2\sin^2\alpha}$$

Из треугольника EAB: EB·cosα = r/2

отсюда cosα $=\frac{r}{2\cdot \mathrm{EB}}=\frac{r}{2\sqrt{r/2^2+\mathrm{AB}^2}}=\frac{12}{2\sqrt{6^2+6^2}}=0{,}71$

Из треугольника EAB:

$$\mathrm{EB}\cdot\sin\alpha = \mathrm{AB}$$

отсюда sinα $=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{EB}}=\frac{6}{12}=0{,}5$

Вычислим численное значение напряженности суммарного поля в точке B:

$E_B=\frac{9\cdot 10^9}{0{,}06^2+0{,}06^2}\sqrt{((9+7)\cdot 10^{-9})^2 0{,}71^2+((9-7)\cdot 10^{-9})^2 0{,}5^2}$ =3,76 кВ/м

**Ответ:** $E_A$ = 40 кВ/м, $E_B$= 3,76 кВ/м.

**Пример 1.3:**

Три точечных отрицательных заряда q=-2 нКл каждый находятся в вершинах равностороннего треугольника. Определите. Какой заряд $q_0$ следует поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии.

**Дано:** $\alpha = 60^o$;

q= -2 нКл = $-2\cdot 10^{-9}$ Кл.

**Найти:** $q_0$

**Решение:**

Рассмотрим силы, действующие на заряд q в одной из вершин треугольника (рисунок 1) со стороны зарядов q, находящихся в двух других вершинах треугольника.

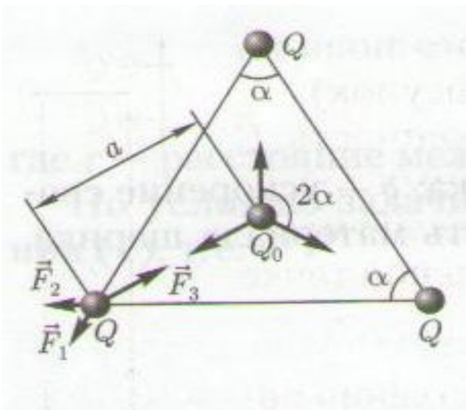


Рисунок 2 – Силы, действующие на заряд

$$F_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{\varepsilon r^2} \text{ и } F_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2} \qquad (1)$$

Эти силы равны по модулю $F_1 = F_2$ и направлены под углом $\alpha = 60^o$ друг к другу.

Чтобы рассматриваемый заряд q находился в равновесии, в центр треугольника следует поместить положительный заряд $q_0$, действующий на заряд q. условие равновесия рассматриваемого заряда q имеет вид:

$$\vec F_1+\vec F_2+\vec F_3=0,$$

откуда следует (при условии $F_1 = F_2$), что $F_3 = 2\,F_1 \cos \alpha/2$

или, учитывая выражение (1),

$$F_3=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q^2}{\varepsilon r^2}\cos\alpha/2$$

Поскольку

$$F_3 = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

можно записать

$$\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot\cos(\alpha/2) = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

Учитывая, что

$$a = \frac{r}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$$

(см. рисунок), получаем

$$\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \cos(\alpha/2) = \frac{4qq_0\cos^2\frac{\alpha}{2}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Откуда искомый заряд

$$q_0 = \frac{q}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$q_0 = \frac{2\cdot 10^{-9}}{2\cos\frac{60}{2}} = 1{,}16 \cdot 10^{-9}\text{ Кл} = 1{,}16\text{ нКл}.$$

Поскольку система находится в равновесии, заряды, находящиеся в двух других вершинах треугольника, будут также в равновесии. На заряд $q_0$, помещенный в центр треугольника, действуют три одинаковые силы, направленные под углами $2\alpha$ (см. рисунок) и равные по величине. Равнодействующая этих трех сил равна нулю, поэтому заряд $q_0$ также будет находиться в равновесии.

**Ответ:** $q_0 = 1{,}16$ н Кл.

**Пример 1.4:**

Положительный заряд $q = 8 \cdot 10^{-8}$ Кл равномерно распределен по тонкому проволочному полукольцу радиуса $R = 24$ см. Определить напряженность поля E в центре полукольца.

**Дано:**

$q = 8 \cdot 10^{-8}$ Кл

$R = 24$ см

**Найти:** E

**Решение:**

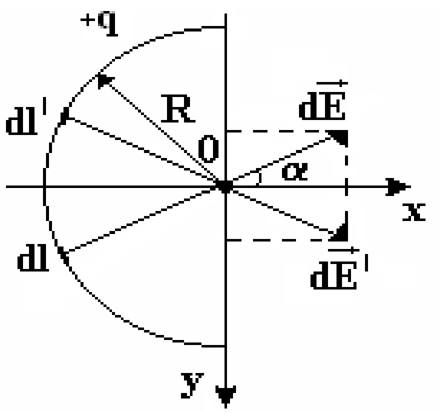


Рисунок 3 - Определение результирующей напряженности в точке О

Поле создается зарядом q, распределенным по тонкому полукольцу радиуса R. Линейная плотность заряда равна: $\tau = \frac{q}{\pi R}$. Для этого случая используем принцип суперпозиции. Разделим весь проводник на очень маленькие участки длиной dl, на каждый из которых приходится заряд dq =$\tau \cdot dl$. Такой заряд можно считать точечным и величину напряженности поля этого заряда рассчитать по формуле

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} = = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau dl}{R^2}.$$

На рисунке показан выбор осей координат и вектор напряженности поля dE, создаваемый в точке О зарядом dq.Учитывая симметрию задачи, удобно начало отсчёта системы координат связать с точкой О, центром полукольца, и направить оси координат так, как изображено на рисунке.
Спроектируем вектор dE на оси координат:

$$dE_x = dE \cdot \cos\alpha;$$

$$dE_y = dE \cdot \sin\alpha.$$

Из симметрии видно, что каждому элементарному заряду $dq$ найдется симметрично расположенный относительно оси ОХ заряд $dq'$. Проекции напряженностей полей этих зарядов на ось ОУ дадут ноль при любых углах $\alpha$.

Таким образом, надо найти только проекцию суммарного вектора $E$ на ось ОХ. Понятно, что в случае непрерывного распределения заряда суммирование следует заменить интегрированием по всей длине проволоки, на которой расположен заряд.

$$E_x = \int_q dE_x = \int_q \frac{kdq\cos\alpha}{R^2} = \frac{k}{R^2}\int_l \tau dl\cos\alpha.$$

В подынтегральное выражение входят две переменные l и $\alpha$. Учитывая, что $\frac{dl}{R} =$ $d\alpha$ и dl = R$d\alpha$, заменим переменную интегрирования и получим

$$E_x = \frac{k\tau}{R^2}\int_\alpha Rdl\,\alpha\cos\alpha = \frac{k\tau R}{R^2}\int_{\alpha 1}^{\alpha 2}\cos\alpha d\alpha$$

Из рисунка видно, что $\alpha_1 = \pi/2$, а $\alpha_2 = -\pi/2$.
Окончательно получаем

$$E_x = \frac{k\tau}{R}[\sin(\pi/2) - \sin(-\pi/2)] = \frac{k\tau^2}{R} = = \frac{kq^2}{\pi R^2}$$

Окончательно получаем

$$E = 9\cdot10^9\,\frac{2\cdot8\cdot10^{-8}}{3{,}14\cdot0{,}24^2} = 7955{,}8 \text{ В/м} \approx 8 \text{ кВ/м}$$

**Ответ:** 8 кВ/м.

### 1.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Определите, на каком расстоянии находятся заряды $q_1$= 3,2 нКл и $q_2$= 4,1 нКл в масле, если сила взаимодействия этих зарядов F = 3 мН. Диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon$= 2,2.

2. Два одинаковых металлических шарика заряжены положительными за-

рядами 2 нКл и 8 нКл. Центры шариков находятся на расстоянии 12 см друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние после этого нужно развести их центры, чтобы сила взаимодействия осталась прежней?

3. Два металлических одинаково заряженных шарика массой 0,18 кг каждый находятся на некотором расстоянии друг от друга. Найдите заряд шариков, если известно, что на этом расстоянии сила их электростатического взаимодействия в $10^4$ раз больше, чем сила их гравитационного притяжения.

4. Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии 25 см. Сила отталкивания шаров $F_1$= 60 мкН. После того, как шары привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной $F_2$= 80 мкН. Вычислите заряды $q_1$ и $q_2$, которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньше расстояния между ними.

5. Расстояние между двумя точечными зарядами заряды $q_1$ = 12 мкКл и $q_2$= - 16 мкКл равно 7 см. Определите силу, действующую на точечный заряд q = 0,2 мкКл, удаленный на $r_1$= 3 см от первого и на $r_2$= 4 см от второго зарядов.

6. Три одинаковых заряда, каждый из которых равен $q = - 5 \cdot 10^{-8}$ Кл, расположены в вершинах равностороннего треугольника, в центре которого помещен положительный заряд. Определите значение этого заряда, если данная система находится в равновесии.

7. Расстояние l между свободными зарядами $q_1$ = 150 нКл и $q_2$= - 680 нКл равно 40 см. Определите точку на прямой, проходящей через заряды, в которой нужно поместить третий заряд q так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определите величину и знак заряда. Устойчивое или не устойчивое будет равновесие?

8. вершинах квадрата находятся одинаковые положительные заряды q = 4 нКл. Какой отрицательный заряд $q_1$ нужно поместить в центр квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

9. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд нужно сообщить шарикам. Чтобы сила натяжения нитей стала равной Т = 120 мН? Расстояние от центра шарика до точки подвеса равно 15 см; масса каждого шарика – 4 г.

10. Стальной шарик ($\rho$ = 7,7 г/см$^3$) диаметром 1см помещен в жидкость. Шарик оказался взвешенным в жидкости в однородном электростатическом поле. Определите плотность жидкости, если электростатическое поле направлено вверх, и его напряженность Е = 53,6 В/см. Заряд шарика равен 2,68 мкКл.

11. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в бензин плотностью 0,7 г/см$^3$ . Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и бензине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость бензина $\varepsilon$= 2,2.

12. Определить напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q = 4 нКл в воде на расстоянии r = 5 см от него. Диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon$ = 81.

13. Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными за-

ряженными пластинами с поверхностными плотностями зарядов $\sigma_1$ = 450 нКл/м$^2$ и $\sigma_2$ = 150 нКл/м$^2$. Определите напряженность электрического поля, созданного этими заряженными плоскостями.

14. Расстояние $l$ между свободными зарядами $q_1 = 5q$ и $q_2 = q$ равно 6 см. На каком расстоянии от второго заряда находится точка, в которой напряженность поля зарядов равна нулю? Где находилась бы эта точка, если бы первый заряд был отрицательным?

15. На расстоянии 22 см друг от друга находятся два точечных заряда: $q_1 = 3\cdot10^{-9}$ Кл и $q_2 = 12\cdot10^{-9}$ Кл. Определить напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1$ = 14см и от второго $r_1$ = 8см.

16. В трех вершинах квадрата со сторонами 70 см расположены заряды по $2\cdot10^{-9}$ Кл каждый. Определите напряженность электрического поля в четвертой вершине квадрата.

17. В вершинах квадрата со стороной 8 см находятся одинаковые положительные заряды Q = 4 нКл. Определите напряженность электрического поля в середине одной из сторон квадрата.

18. Кольцо радиусом r = 20 см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью $\tau$ = 15 нКл/м. Определите напряженность поля на оси, проходящей через центр кольца в точке A, удаленной на расстояние $l$ = 40 см от центра кольца.

19. Положительный заряд $q = 9\cdot10^{-8}$ Кл равномерно распределен по тонкому проволочному полукольцу радиуса R = 22 см. Определить напряженность поля E в центре полукольца.

20. Тонкий стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau$ = 5 мкКл. Какова сила, действующая на точечный заряд q = 2 нКл, находящийся на расстоянии 40 см от стержня, вблизи его середины?

## 1.4 Домашняя работа № 1

### Вариант № 1

1. Определите на каком расстоянии находятся заряды $q_1$ = 3,8 нКл и $q_2$ = 4,5 нКл в воде, если сила взаимодействия этих зарядов F = 6 мН. Диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon$ = 81.

2. Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными заряженными пластинами с поверхностными плотностями зарядов $\sigma_1$ = 4,2 мкКл/м$^2$ и $\sigma_2$ = 1,6 мкКл/м$^2$. Определите напряженность электрического поля, созданного этими заряженными плоскостями.

3. Расстояние между двумя точечными зарядами заряды $q_1$ = 13 мкКл и $q_2$= - 15 мкКл равно 12 см. Определите силу, действующую на точечный заряд q = 0,24 мкКл, удаленный на $r_1$ = 5 см от первого и на $r_2$ = 7 см от второго зарядов.

4. Два одинаковых металлических шарика заряжены положительными зарядами 2,5 нКл и 8,5 нКл. Центры шариков находятся на расстоянии 10 см друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние после этого нужно развести их центры, чтобы сила взаимодействия осталась прежней?

5. В вершинах квадрата со стороной 8 см находятся одинаковые поло-

жительные заряды Q = 4 нКл. Определите напряженность электрического поля в середине одной из сторон квадрата.

**Вариант № 2**

1. Определить напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q = 4 нКл в воде на расстоянии r = 5 см от него. Диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon$= 81.

2. В однородном электрическом поле, где напряженность равна 3,6 мН/Кл, а линии напряженности составляют с вертикалью угол $30^0$, на нити висит шарик массой 1,8г. Заряд его равен 3,5 нКл. Определите силу натяжения нити, если линии напряженности направлены вниз.

3. На расстоянии 18 см друг от друга находятся два точечных заряда: $q_1 = 2{,}4\cdot10^{-9}$ Кл и $q_2 = 8{,}5\cdot10^{-9}$ Кл. Определить напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1$ = 11см и от второго $r_1$ = 7 см.

4. Расстояние l между свободными зарядами $q_1$ = 110 нКл и $q_2$ = - 300 нКл равно 80 см. Определите точку на прямой, проходящей через заряды, в которой нужно поместить третий заряд q так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определите величину и знак заряда. Устойчивое или не устойчивое будет равновесие?

5. В трех вершинах квадрата со сторонами 70 см расположены заряды по $2\cdot10^{-9}$ Кл каждый. Определите напряженность электрического поля в четвертой вершине квадрата.

**Вариант № 3**

1. Определите во сколько раз сила электростатического взаимодействия двух электронов больше, чем сила их гравитационного притяжения.

2. Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными заряженными пластинами с поверхностными плотностями зарядов $\sigma_1$ = 450 нКл/м$^2$ и $\sigma_2$ = 150 нКл/м$^2$. Определите напряженность электрического поля, созданного этими заряженными плоскостями.

3. Расстояние между двумя точечными зарядами заряды $q_1$ = 11 мкКл и $q_2$= - 13 мкКл равно 14 см. Определите силу, действующую на точечный заряд q = 0,34 мкКл, удаленный на $r_1$ = 5 см от первого и на $r_2$ = 9 см от второго зарядов.

4. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в воду плотностью 1 г/см$^3$ . Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и воде был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость воды = 81.

5. В трех вершинах квадрата со сторонами 70 см расположены заряды по $2\cdot10^{-9}$ Кл каждый. Определите напряженность электрического поля в четвертой вершине квадрата.

**Вариант № 4**

1. Определите на каком расстоянии находятся заряды $q_1$ = 2,8 нКл и $q_2$ = 4 нКл в стекле, если сила взаимодействия этих зарядов F = 4,5 мН. Диэлектрическая проницаемость стекла $\varepsilon$ = 7.

2. Определить напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q = 380 нКл в парафине на расстоянии r = 18 см от него. Диэлек-

трическая проницаемость парафина $\varepsilon = 2$.

3. На расстоянии 24 см друг от друга находятся два точечных заряда: $q_1 = 3{,}4 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = 12{,}5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определить напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 15$см и от второго $r_1 = 9$ см.

4. Три одинаковых заряда, каждый из которых равен $q = -2{,}5 \cdot 10^{-8}$ Кл, расположены в вершинах равностороннего треугольника, в центре которого помещен положительный заряд. Определите значение этого заряда, если данная система находится в равновесии.

5. Расстояние l между свободными зарядами $q_1 = 8q$ и $q_2 = q$ равно 26 см. На каком расстоянии от второго заряда находится точка, в которой напряженность поля зарядов равна нулю? Где находилась бы эта точка, если бы первый заряд был отрицательным?

**Вариант № 5**

1. Определите во сколько раз сила электростатического взаимодействия двух протонов больше, чем сила их гравитационного притяжения.

2. Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными заряженными пластинами с поверхностными плотностями зарядов $\sigma_1 = 320$ нКл/м$^2$ и $\sigma_2 = 600$ нКл/м$^2$. Определите напряженность электрического поля, созданного этими заряженными плоскостями.

3. Расстояние между двумя точечными зарядами заряды $q_1 = 13$ мкКл и $q_2 = -15$ мкКл равно 12 см. Определите силу, действующую на точечный заряд $q = 0{,}24$ мкКл, удаленный на $r_1 = 5$ см от первого и на $r_2 = 7$ см от второго зарядов.

4. В вершинах квадрата находятся одинаковые положительные заряды $q = 4{,}2$ нКл. Какой отрицательный заряд $q_1$ нужно поместить в центр квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

5. Положительный заряд $q = 6 \cdot 10^{-8}$ Кл равномерно распределен по тонкому проволочному полукольцу радиуса $R = 36$ см. Определить напряженность поля $E$ в центре полукольца.

**Практическое занятие № 2**

## Законы постоянного тока. Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля-Ленца.

### 2.1 Основные вопросы теории

**Электрический ток-** упорядоченное(направленное) движение электрических зарядов.

**Ток проводимости** - электрический ток, возникающий проводнике.

За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

**Необходимые условия для существования тока**:

А) наличие свободных носителей тока - заряженных частиц,

Б) наличие внешнего электростатического поля, которое создает и поддерживает электрический ток

**Сила тока** — скалярная физическая величина, равная отношению заряда, прошедшего через поперечное сечение проводника ко времени его прохождения

$$I = \frac{dq}{dt},\ \text{единица измерения Ампер (А)}$$

Физический смысл силы тока: численно равна электрическому заряду, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени.

**Плотность тока** – векторная физическая величина, равная отношению силы тока, проходящего через площадь dS, перпендикулярную направлению тока к величине этой площади.

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS}\vec{k},\ \text{единица измерения (А/м}^2\text{)}$$

где k – единичный вектор, по направлению совпадающий с направлением движения положительных зарядов.

**Сопротивление однородного проводника** прямо пропорционально его длине $l$ и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S:

$$R = \rho\,\frac{l}{S}\ \text{единица измерения Ом (Ом)}$$

где р — коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый удельным электрическим сопротивлением,

единица удельного электрического сопротивления — ом-метр (Ом*м).

Электрическая проводимость проводника – величина, обратная электрическому сопротивлению

$$G = \frac{1}{R}\text{, единица измерения проводимости — сименс (См)}$$

Удельная проводимость проводника - величина, обратная удельному сопротивлению

$ɣ = \frac{1}{\rho}$ единица измерения удельной проводимости — сименс на метр (См/м)

Зависимость сопротивления от температуры:

$$R = R_0 (1 + \alpha t)$$

где R и $R_0$ — соответственно сопротивления проводника при t и О °С;

α — температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низких температурах) близкий к 1/273.

Зависимость удельного сопротивления от температуры:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

где р и $р_0$— соответственно удельные сопротивления при t и О °С;

**Сопротивление соединений проводников:**

А) последовательного - $R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$

Б) параллельного - $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n$

**Закон Ома (интегральная форма):** сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника.

$$I = \frac{U}{R}$$

Частные случаи:

- для неоднородного участка цепи (участка, содержащего источник тока)

$$I = \frac{U}{R} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R}$$

- для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{R}$$

- для замкнутой цепи ($\varphi_1 = \varphi_2$)

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

где ($\varphi_1$ - $\varphi_2$) – разность потенциалов на концах участка цепи,

$\mathcal{E}_{12}$ – ЭД С источников тока, входящих в участок,

U – напряжение на участке цепи,

R – сопротивление цепи(участка цепи)

Ɛ- ЭДС всех источников тока цепи.

**Закон Ома (дифференциальная форма):**

Плотность тока прямо пропорциональна напряженности внешнего электростатического поля, являющегося причиной возникновения тока.

$$j = \gamma E$$

**Узел** - любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током. Ток, входящий в узел, считается положительным, а ток, выходящий из узла, — отрицательным.

**Правила Кирхгофа:**

Первое правило Кирхгофа:

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

где n – число токов, сходящихся в узле

Второе правило Кирхгофа:

В любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления R соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС, встречающихся в этом контуре.

$$\sum_{i}^{n} I_i R_i = \sum_{i}^{k} \varepsilon_i$$

Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами в участке цепи за время dt.

$$dA = U\,dq = IU\,dt = I^2R\,dt = \frac{U^2}{R}\,dt$$

Мощность тока – работа. совершаемая в единицу времени.

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$$

Если ток проходит по неподвижному металлическому проводнику. То по закону сохранения энергии:

$$dA = dQ$$

$$d\,Q = IU\,dt = I^2R\,dt = \frac{U^2}{R}\,dt$$

**Закон Джоуля-Ленца:**

$$dQ = I^2R\,dt$$

**Методические указания:**

1. Повторите теоретический материал по учебникам:

а) Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. - §96-101.

б) Дмитриева, В. Ф. Основы физики / В. Ф. Дмитриева, В. Л. Прокофьев. - М. : Высшая школа, 2001. - §130, §132, §136.

2. Запишите основные формулы и уравнения по теме занятия, уясните их содержание.

3. Запишите единицы измерения физических величин по теме занятия.

4. При расчете сложных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа необходимо:

1) Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определится при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному.

2) Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение IR положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и, наоборот; ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными.

3) Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных.

5. Для определения сопротивления соединений проводников следует помнить, что:

а) при последовательном соединении

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

б) при параллельном соединении конденсаторов общая емкость равна:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n$$

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определения силы тока, плотности тока, Каковы их единицы измерения?

2. Назовите условия возникновения и существования электрического тока.

3. Что такое сторонние силы? Какова их природа?

4. В чем заключается физический смысл электродвижущей силы, действующей в цепи? напряжения? разности потенциалов?

5. Почему напряжение является обобщенным понятием разности потенциалов?

6. Какова связь между сопротивлением и проводимостью, удельным сопротивлением и удельной проводимостью?

7. Выведите закон Ома в дифференциальной форме.

8. Проанализируйте обобщенный закон Ома. Какие частные законы можно из него получить?

9. Как формулируются правила Кирхгофа? На чем они основаны?

10. Как составляются уравнения, выражающие правила Кирхгофа?

## 2.2 Примеры решения задач

**Пример 2.1:**

По медному проводу сечением $S = 0,3$ мм$^2$ течет ток $I = 0,3$ А. определите силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля, если удельное сопротивление меди $\rho = 1,7\cdot10^{-8}$ Ом·м.

**Дано:**

$S = 0,3$ мм$^2 = 0,3\cdot10^{-6}$м$^2$

$I = 0,3$ А

$\rho = 1,7\cdot10^{-8}$ Ом·м.

**Найти:** F

**Решение:**

По определению напряженности электростатического поля

$$E = \frac{F}{q} \quad \text{отсюда } F = E\,q$$

где $q = 1,6\cdot10^{-19}$ Кл – заряд электрона

Из закона Ома в дифференциальной форме выразим напряженность

$$j = \gamma E, \text{ отсюда } E = \frac{j}{\gamma}$$

где $\gamma = \frac{1}{\rho}$, подставив в формулу напряженности получим $E = j\,\rho$

плотность тока определяется по формуле $j = \frac{I}{S}$

тогда $E = \frac{I}{S}\rho$

сила, действующая на отдельные свободные электроны

$F = \frac{I}{S}\rho q = \frac{0,3\cdot1,7\cdot10^{-8}\cdot1,6\cdot10^{-19}}{0,3\cdot10^{-6}} = 2,72\cdot0^{-21}$Н

**Ответ:** $F = 2,72\cdot10^{-21}$Н

**Пример 2.2:**

Определите заряд q, прошедший по проводнику сопротивлением $R = 4$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах проводника от $U_1 = 4$ В до $U_2 = 6$ В в течение $t = 25$ с.

**Дано:**

$R = 4$ Ом

$U_1 = 4$ В

$U_2 = 6$ В

$t = 25$ с

**Найти:** q

**Решение:**

Сила тока в проводнике изменяется, значит воспользуемся для определения заряда формулой

$$dq = Idt$$

проинтегрируем и получим

$$q = \int_0^t Idt$$

выразив силу тока из закона Ома получим

$$q = \int_0^t \frac{U}{R} dt$$

Напряжение изменяется с течением времени равномерно, поэтому может быть выражено формулой

$$U_2 = U_1 + k\,t$$

где k – коэффициент пропорциональности

Определим его значение

$$k = (U_2 - U_1)/\,t = (6\text{-}4)/25 = 0{,}08$$

Подставив выражение для U в формулу для определения заряда получим

$$q = \int_0^t \left(\frac{U_1}{R} + \frac{kt}{R}\right) dt = \frac{U_1}{R}\int_0^t dt + \frac{k}{R}\int_0^t t\,dt$$

Проинтегрировав, получим

$$q = \frac{U_1 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{t}{2R}(2U_1 + kt) = \frac{25}{2*4}\,(2\cdot 4 + 0{,}08\cdot 25) = 31{,}25 \text{ Кл}$$

**Ответ:** q = 31,25 Кл

**Пример 2.3:**

Электрическая плитка мощностью 1,2 кВт с нихромовой спиралью предназначена для включения в сеть напряжением 127 В. Сколько метров проволоки диаметром 0,6 мм надо взять для изготовления спирали, если температура нити равна 950 $^0$C? Удельное сопротивление нихрома при $0^0$C $\rho_0 = 1{,}1\cdot 10^{-6}$ Ом·м, а температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 1\cdot 10^{-4}$ К$^{-1}$.

**Дано:**

P = 1,2 кВт = $1{,}2\cdot 10^3$Вт

U = 127 В

d = 0,6 мм = $6\cdot 10^{-4}$м

t = 950 $^0$C

$\rho_0 = 1{,}1\cdot 10^{-6}$ Ом·м

$\alpha = 1\cdot 10^{-4}$ К$^{-1}$.

**Найти:** l

**Решение:**

Электрическое сопротивление спирали определяется по формуле

$$R = \rho\,\frac{l}{S} \text{ отсюда длина спирали } l = \frac{RS}{\rho} \qquad (1)$$

Площадь поперечного сечения спирали

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \qquad (2)$$

Удельное сопротивление нихрома при $950^0$C

$$\rho = \rho_0\,(1 + \alpha t) \qquad (3)$$

Формула для определения мощности

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Отсюда выразим

$$R = \frac{U^2}{R} \qquad (4)$$

Подставим формулы (2), (3), (4) в формулу (1) и вычислим длину спирали

$$l = \frac{U^2 S}{P\rho} = \frac{U^2 \pi d^2}{4P(1+\alpha t)\rho_0} = \frac{127^2\ 3{,}14\cdot(\ 6\cdot 1010^{-4})^2}{4\cdot 1{,}2\cdot 10^3\cdot(1+10^{-4}\cdot 950)\cdot 1{,}1\cdot 10^{-4}} = 3{,}15 \text{ м}$$

**Ответ:** $l = 3{,}15$ м

**Пример 2.4:**

Определите ток короткого замыкания источника ЭДС, если при внешнем сопротивлении $R_1 = 80$ Ом ток в цепи $I_1 = 0{,}3$ А, а при $R_2 = 121$ Ом ток в цепи $I_2 = 0{,}2$ А.

**Дано:**

$R_1 = 80$ Ом

$I_1 = 0{,}3$ А,

$R_2 = 121$ Ом

$I_2 = 0{,}2$ А.

**Найти:** $I_к$

**Решение:**

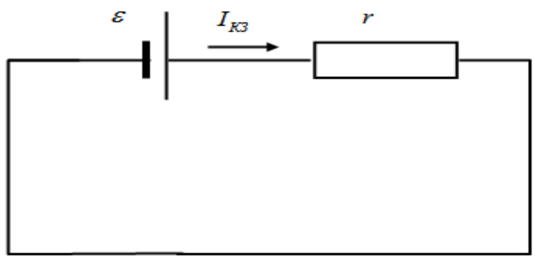


Рисунок 4 - Схема цепи при коротком замыкании

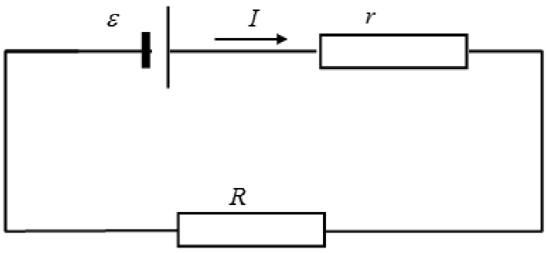


Рисунок 5 - Схема цепи с внешним сопротивлением R

Закон Ома для полной цепи: сила тока равна отношению ЭДС источника тока Ɛ к полному сопротивлению цепи - (r + R)

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} \qquad (1)$$

Запишем (1) для $I_1$ и $R_1$:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r+R_1} \qquad (2)$$

Запишем (1) для $I_2$ и $R_2$:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r+R_2} \qquad (3)$$

Выразим из (2): $\varepsilon = I_1 (r + R_1)$ из (3) $\varepsilon = I_2 (r + R_2)$ и приравняем:

$$I_1 (r + R_1) = I_2 (r + R_2)$$

$$I_1 r + I_1 R_1 = I_2 r + I_2 R_2$$

$$r\ (I_1 - I_2) = I_2 R_2 - I_1 R_1$$

$$r = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2} \qquad (4)$$

$$\mathcal{E} = I_1\ (r + R_1) = = I_1 \left(\frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2} + R_1\right) =$$

$$= I_1\frac{I_2R_2 - I_1R_1 + I_1R_1 - I_2R_1}{I_1 - I_2} = I_1\frac{I_2(R_2 - R_1)}{I_1 - I_2} = \frac{I_2I_1}{I_1 - I_2}(R_2 - R_1) \qquad (5)$$

Ток короткого замыкания по закону Ома для полной цепи (при R=0), подставляя (4):

$$I_{кз} = \frac{I_2I_1}{I_1 - I_2} \cdot \frac{(R_2 - R_1)(\ I_1 - I_2)}{I_2R_2 - I_1R_1} = \frac{I_2I_1(R_2 - R_1)}{I_2R_2 - I_1R_1} \qquad (6)$$

Произведем вычисления:

$I_{кз} = \frac{0,3\cdot 0,2(121 - 80)}{0,2\cdot 121 - 0,3\cdot 80} = 12,3$ А

**Ответ:** $I_{кз} = 12,3$ А

**Пример 2.5:**

Сила тока в резисторе линейно возрастает за 3 с от 0 до 4 А. Сопротивление резистора 6 Ом. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за первые 2 с.

**Дано:**

R= 6 Ом

$t_0 = 0$

$t_1 = 3$с

$I_0 = 0$

$I_1 = 4$ А

$t_2 = 2$ с

**Найти:** Q.

**Решение:**

По закону Джоуля-Ленца

$$dQ = I^2 Rdt. \qquad (1)$$

Так как сила тока является функцией времени, то $I = I_0 + kt$ (2)

Где k – коэффициент пропорциональности, численно равный приращению тока в единицу времени

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

$$k = \frac{4А}{3с} = 1,33\ А/с$$

Следовательно $dQ = k^2 t^2 Rdt$

Проинтегрировав, получим

$$Q = \int_{t_0}^{t_2} k^2\, t^2 Rdt = k^2 R \int_0^{t_2} t^2\, dt = \frac{k^2 R}{3} t_2^3$$

За первые две секунды выделится количество теплоты

$Q = \frac{1,33^2 \cdot 6 \cdot 2^3}{3} = 28,3$ Дж.

**Ответ:** Q = 28,3 Дж.

**Практическое занятие № 3**

## Магнитное поле в вакууме. Закон Био - Савара - Лапласа.

### 3.1 Основные вопросы теории

**Магнитное поле** – особый вид материи, через которую передается силовое воздействие на движущиеся электрические заряды и тела, обладающие магнитным моментом.

**Магнитная индукция –** векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой в данной точке магнитного поля.

**Магнитная индукция** в данной точке однородного магнитного поля равна отношению вращающего момента, действующего на рамку с током к магнитному моменту этой рамки.

$$B = \frac{M}{p_m} = \frac{Fl}{IS}$$

единица измерения Тесла(Тл)
где $p_m$ - магнитный момент рамки

Физический смысл магнитной индукции:

Показывает с каким вращающим моментом магнитное поле действует на единичную рамку с током (I=1 А, S = 1м$^2$).

**Магнитная проницаемость вещества** – показывает во сколько раз вектор магнитной индукции в данной среде отличается от вектора магнитной индукции в вакууме (для одного и того же магнитного поля).

$$\mu = \frac{B}{B_0}$$

**Напряженность магнитного поля** – характеристика. Не зависящая от магнитных свойств среды, направление которой совпадает с направлением вектора магнитной индукции:

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0} \text{ единица измерения - А/м}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$Гн/м – магнитная постоянная

**Закон Био - Савара - Лапласа в векторном виде**

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{\vec{r}^3}$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током,

$d\vec{l}$ – вектор, по модулю равный длине проводника dl и совпадающий по направлению с током, I – сила тока,

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из середины элемента проводника к точке. в которой определяется магнитная индукция

**Закон Био — Савара — Лапласа в скалярном виде**

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\sin\alpha}{r^2} dl$$

где α- угол между векторами dl и r

**Магнитная индукция в центре кругового проводника с током**

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}$$

где R – радиус кривизны проводника

**Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током**

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

где r – расстояние от оси проводника

**Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника**

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$

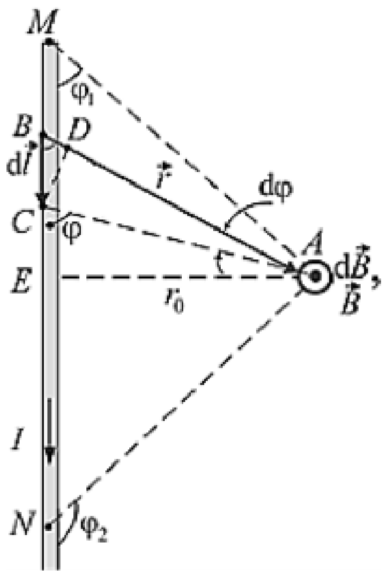


Рисунок 6 - Определение вектора магнитной индукции отрезка проводника с током

Вектор индукции B перпендикулярен плоскости чертежа, направлен к нам и поэтому изображен точкой.

При симметричном расположении концов проводника относительно точки в которой определяется магнитная индукция

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\varphi$$

**Магнитная индукция поля, создаваемого соленоидом в средней его части (или тороида на его оси)**

$$B = \mu\mu_0 nI$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида,

I – сила тока в одном витке

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток)

$$\Phi = BS\cos\alpha = B_n S$$

где $B_n = B\cos\alpha$ – проекция вектора B на направление нормали к площадке S

В случае неоднородного магнитного поля

$$d\Phi = B_n\, dS$$

Полный поток сквозь рассматриваемую поверхность равен

$$\Phi = \int_S Bn\, dS$$

Если поверхность замкнута, то

$$\Phi = \oint_S Bn\, dS = 0$$

**Принцип суперпозиции магнитных полей:**

Магнитная индукция B результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций $B_1$, $B_2$, …$B_n$ складываемых полей, т.е.

$$\vec{B} = \sum_i^n \vec{B}_i$$

В частном случае наложения полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Модуль магнитной индукции определяется по формуле

$$\sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}$$

где α – угол между векторами $B_1$ и $B_2$.

**Методические указания:**

1. Повторите теоретический материал по учебникам:

а) Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. - §109-110.

б) Дмитриева, В. Ф. Основы физики / В. Ф. Дмитриева, В. Л. Прокофьев. - М. : Высшая школа, 2001. - §105-110.

2. Запишите основные формулы и уравнения по теме занятия, уясните их содержание.

3. Запишите единицы измерения физических величин по теме занятия.

4. Порядок решения задач на определение индукции или напряженности магнитного поля от одного или нескольких источников следующий: следующий:

1) Кратко записать условие задачи и перевести все численные данные в одну систему единиц.

2) Нарисовать рисунок. При этом надо помнить, что индукция и напряженность магнитного поля - величины векторные и характеризуются как величиной, так и направлением.

3) Для изображения вектора магнитной индукции или напряженности магнитного поля необходимо нарисовать силовые линии магнитной индукции. Проходящие через точку пространства, в которой необходимо определить магнитную индукцию и изобразить их направление по правилу буравчика.

4) Вектор магнитной индукции, так же как и вектор напряженности магнитного поля будет совпадать по направлению с касательной к силовой линии в данной точке.

5) Если поле создается несколькими проводниками стоком или частями проводника стоком, имеющим сложную геометрию то результирующую магнитную индукцию или напряженность надо искать по принципу суперпозиции как векторную сумму всех напряженностей или магнитных индукций поля.

6) Каждую величину магнитной индукции или напряженности определяют по закону Био — Савара — Лапласа в соответствии с геометрией проводника.

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение магнитного поля и перечислите его характеристики.

2. Дайте определение вектора магнитной индукции, укажите единицы измерения, поясните физический смысл.

3. Дайте определение напряженности магнитного поля, магнитной проницаемости вещества.

4. Закон Био-Савара-Лапласа (формулы закона в векторном и скалярном виде, рисунок, пояснение всех физических величин, входящих в закон).

5. Частные случаи применения закона Био-Савара-Лапласа: магнитное поле прямого и кругового токов.

6. Частные случаи применения закона Био-Савара-Лапласа: магнитное поле соленоида, магнитное поле участка бесконечно длинного прямого проводника.

7. Сформулируйте и поясните принцип суперпозиции магнитных полей.

### 3.2 Примеры решения задач

**Пример 3.1:**

По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии 42 см друг от друга в воздухе текут токи $I_1$= 15 А и $I_2$= 26 А. Определите магнитную индукцию поля, созданного токами в точке, лежащей посередине между проводами: а) проводники параллельны и токи текут в одном направлении, б) проводники параллельны и токи текут в противоположных направлениях.

**Дано:**

r = 42 см

$I_1 = 15A$

$I_2 = 26A$

**Найти:** $B_а$, $B_б$

**Решение:**

Для нахождения магнитной индукции в заданной точке воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей, согласно которому, результирующая индукция магнитного поля системы токов равна векторной сумме магнитных индукций полей каждого из токов в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Т.е. для данной задачи определим магнитную индукцию $B_1$ и $B_2$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически.

Магнитная индукция поля, создаваемая бесконечно длинным проводником с током $I_1$:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r/2} = \frac{\mu\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I_1}{r}$$

где $\mu_0$ - магнитная постоянная;

r/2 - расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемая бесконечно длинным проводником с током $I_2$:

$$B_2 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{r/2} = \frac{\mu\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I_2}{r}$$

а) Проводники параллельны и токи текут в одном направлении.

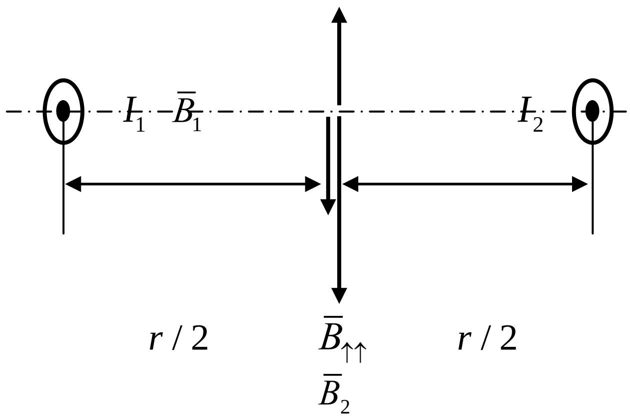


Рисунок 7 - Определение результирующего вектора магнитной индукции двух прямых проводников с током (токи текут в одном направлении)

Векторы $B_1$ и $B_2$ противоположно направлены, поэтому геометрическая сумма

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

может быть заменена алгебраической разностью:

$$B_a = B_2 - B_1 = \frac{\mu\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I_2}{r} - \frac{\mu\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I_1}{r} = \frac{\mu_0}{\pi r}(I_2 - I_1)$$

Подставим числовые значения и получим

$$B_a = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 0{,}42}(26 - 15) = 1{,}05 \cdot 10^{-5}\ \text{Тл}$$

б) Проводники параллельны и токи текут в противоположных направлениях.

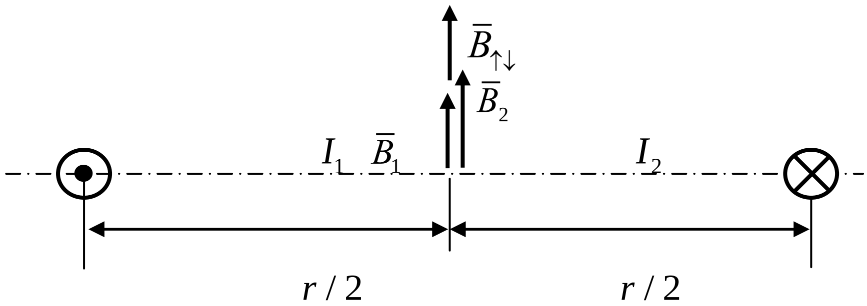


Рисунок 8 Определение результирующего вектора магнитной индукции двух прямых проводников с током (токи текут в противоположных направлениях

Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ сонаправлены, поэтому геометрическая сумма

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

может быть заменена алгебраической суммой:

$$B_в = B_2 + B_1 = \frac{\mu\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I_2}{r} + \frac{\mu\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I_1}{r} = \frac{\mu_0}{\pi r}(I_2 + I_1)$$

Подставим числовые значения и получим

$$B_a = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 0{,}42}(26 + 15) = 3{,}9 \cdot 10^{-5}\ \text{Тл}$$

**Ответ:** $B_а = 1{,}05 \cdot 10^{-5}$ Тл, $B_б = 3{,}9 \cdot 10^{-5}$ Тл

**Пример 3.2:**

По отрезку прямого провода длиной L=70 см течет ток I=40A. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в точке A, равноудаленной от концов отрезка провода и находящейся на расстоянии $r_о$=20 см от его середины.

**Дано:**

L=70 см = 0,7 м

I = 40A

$r_о$ = 20 см = 0,2 м

**Найти:** B

**Решение:**

Для решения задачи воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа. Вектор B в точке A направлен из плоскости чертежа.

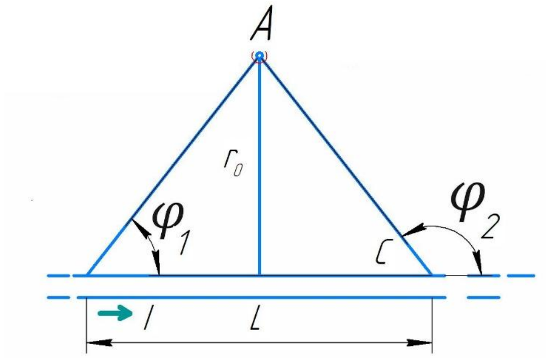


Рисунок 9 - Определение вектора магнитной индукции отрезка проводника с током

Магнитная индукция поля, создаваемого проводником с током при несимметричном положении точки, находящейся на кратчайшем расстоянии $r_0$ от проводника, в которой определяется магнитная индукция, определяется формулой:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$

В нашем случае симметричное расположение концов проводника относительно точки, в которой определяется магнитная индукция, значит $\cos\varphi_2 = -\cos\varphi_1$, следовательно, выражение в скобках примет вид

$$(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) = (\cos\varphi_1 - (-\cos\varphi_1) = 2\cos\varphi_1$$

Получим формулу для расчета магнитной индукции

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r_0}\cos\varphi_1$$

Из чертежа следует, что

$$\cos\varphi_1 = \frac{L/2}{AB} = \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + r_0^2}} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4r_0^2}}$$

Подставив выражение для $\cos\varphi_1$ в формулу для расчета магнитной индукции получим

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \cdot \frac{L}{\sqrt{4r_0^2 + L^2}} = = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{40}{0,2} \cdot \frac{0,7}{\sqrt{4\cdot 0,2^2 + 0,7^2}} = 34,74\cdot 10^{-6}\text{Тл}$$

**Ответ:** B=34,74 мкТл

**Пример 3.3:**

Определите индукцию магнитного поля, созданного токами $I_1$ = 6А и $I_2$ = 2А, текущими по бесконечно длинным проводникам в противоположных направлениях, в точке, отстоящей от проводников на расстояниях $r_1$= 12 см и $r_2$ = 8см соответственно. Расстояние между проводниками 10 см.

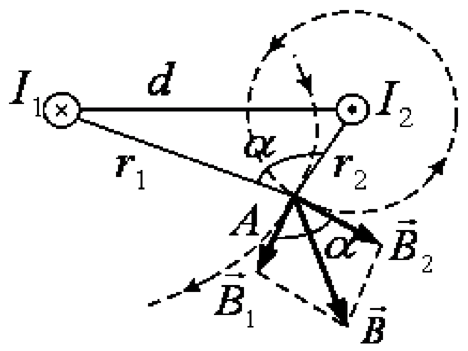


Рисунок 10 - Определение результирующего вектора магнитной индукции двух прямых проводников с током (токи текут в противоположных направлениях)

**Дано:**
$I_1$ =6А
$I_2$=2А
$r_1$= 12 см = 0,12 м
$r_2$= 8см = 0,08 м
d=10 см = 0,1 м
**Найти:** В
**Решение:**

Проведем вокруг проводников с током силовые линии и, пользуясь правилом правого винта, определим направление векторов $B_1$ и $B_2$.

По принципу суперпозиции вектор индукции результирующего магнитного поля

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Модуль магнитной индукции определяется по формуле

$$\sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}$$

где α – угол между векторами $B_1$ и $B_2$

Из треугольника $I_1$ $I_2$A, так же по теореме косинусов имеем:

$$\text{Cos } \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}$$

Индукция магнитного поля, созданного бесконечно длинным проводником с током, определяется по формулам:

$$B_1 = \frac{\boldsymbol{\mu_0}}{\boldsymbol{2\pi}} \cdot \frac{I_1}{r_1}; \quad B_2 = \frac{\boldsymbol{\mu_0}}{\boldsymbol{2\pi}} \cdot \frac{I_2}{r_2}$$

Следовательно, для индукции В получаем:

$$B = \sqrt{(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1})^2 + (\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2})^2 + 2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} \cdot \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} \cdot \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}} =$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{(\frac{I_1}{r_1})^2 + (\frac{I_2}{r_2})^2 + \frac{I_1 I_2}{(r_1 r_2)^{\;2}} \cdot (r_1^2 + r_2^2 - d^2)} =$$

$=\frac{8,85\cdot10^{-12}}{2\cdot3,14}\sqrt{(\frac{6}{0,12})^2+(\frac{2}{0,08})^2+\frac{6\cdot2}{(0,12\cdot0,08)^2}\cdot(0,12^2\ +\ 0,08^2-0,1^2)}$

$= 94,8\cdot 10^{-12}$ Тл

**Ответ:** $B = 94,8\cdot 10^{-12}$ Тл

**Пример 3.4:**

По тонкому проводящему кольцу, находящемуся в воздухе, радиуса R = 20 см течет ток I = 4 А. Найти магнитную индукцию в точке А, Равноудаленной от всех точек кольца на расстояние, a = 40 см.

**Дано:**

R = 20 см

I = 4 A

a = 40 см

**Найти:** B

**Решение:**

Для решения задачи воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{\vec{r}^3}$$

где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока Idl в точке, определяемой радиусом-вектором r. Выделим на кольце элемент dI и от него в точку А проведем радиус-вектор r.

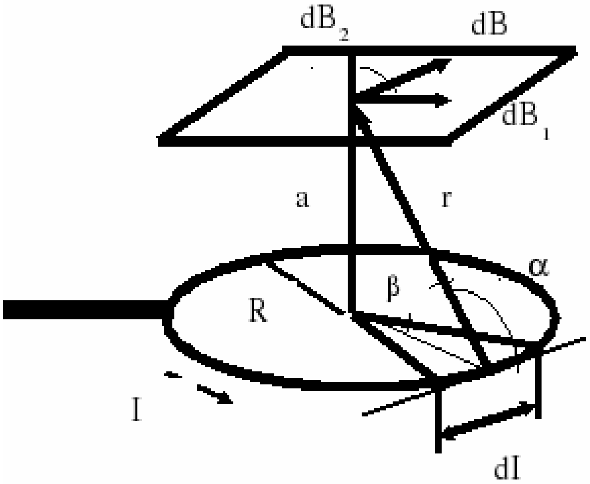


Рисунок 11 - Определение результирующего вектора магнитной индукции кольцевого проводника с током

Вектор dB направим в соответствии с правилом буравчика. Согласно принци индукция B в точке А определяется по принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция B в точке А определяется интегралом,

$$B = \int_L dB$$

где $L = 2\pi R$ –длина дуги окружности.

Разложим вектор dB на две составляющие: перпендикулярную плоскости кольца $dB_2$ и параллельную этой плоскости $dB_1$.

Тогда, заметив, что $\int_L dB_1 = 0$ из соображений симметрии и что $dB_2$ от различных элементов dl сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным:

$$B = \int_L dB_1 + \int_L dB_2 = \int_L dB_2 = \int_L dB\cos\alpha = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

(поскольку dl перпендикулярен r и, следовательно $\sin\alpha=1$). Таким образом,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\cos\beta\int_0^{2\pi R} \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\beta 2\pi R}{r^2}$$

$r = \sqrt{R^2 + a^2}$; $r^2 = R^2 + a^2$

$\cos\beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+a^2}}$

Окончательно получим

$$B = \frac{\mu\mu_0 I R^2}{2(R^2+a^2)\sqrt{R^2+a^2}}$$

Подставив численные значения, получим

$$B = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot4\cdot0{,}2^2}{2(0{,}2^2+0{,}4^2)\cdot\sqrt{0{,}2^2+0{,}4^2}} = 11{,}16\text{ мкТл}$$

**Ответ:** B = 11,16 мкТл

**Пример 3.5:**

Бесконечно длинный проводник, находящийся в воздухе, изогнут так, как это показано на рисунке. Радиус дуги R = 15 см. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого в точке О током I = 20 А, текущем в этом проводнике.

**Дано:**

R = 15 см

I = 20 А

**Найти:** B

**Решение:**

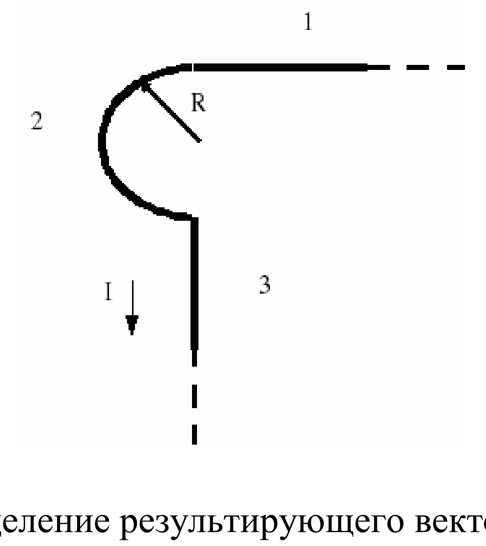


Рисунок 12 - Определение результирующего вектора магнитной индукции проводника с током сложной конфигурации

Для решения задачи разделим проводник на три участка. Тогда по принципу суперпозиции результирующая индукция поля будет равна векторной сумме магнитных индукций от каждого участка.

Применив правило буравчика для каждого участка проводника можно увидеть, что все они направлены вдоль прямой, перпендикулярной плоскости чертежа на нас и следователь векторное сложение можно заменить скалярным сложением:

$$B = B_1 + B_2 + B_3$$

причем $B_3 = 0$, как следует из закона Био-Савара-Лапласа, согласно которому в точках, лежащих на оси проводника $dB = 0$.

Найдем индукцию магнитного поля для каждого участка:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{R}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{R}(\cos 0 - \cos(\pi/2)) = B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{R}(1-0) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{R}$$

$$B_2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mu\mu_0}{2}\cdot\frac{I}{R} = \frac{\mu\mu_0}{4}\cdot\frac{I}{R}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{R} + \frac{\mu\mu_0}{4}\cdot\frac{I}{R} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{R}\cdot(1+\pi)$$

подставим значения и получим:

$$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\cdot\frac{20}{0{,}15}\cdot(1+\pi) = 55{,}2 \text{ мкТл}$$

**Ответ:** B = 55,2 мкТл

### 3.3 Задачи для самостоятельного решения

1.Найдите магнитную индукцию в центре тонкого кольца, по которому течет ток I = 12 А. Радиус кольца равен 4 см.

2.По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии 60 см друг от друга в воздухе текут токи $I_1$= 1 А и $I_2$= 2 А. Определите магнитную индукцию поля, созданного токами в точке, лежащей посередине между проводами: а) проводники параллельны и токи текут в одном направлении, б) в противоположных направлениях, в) проводники расположены перпендикулярно друг другу.

3. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми d= 90 см. текут одинаковые токи I = 3 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние 90 см, если токи текут: а) проводники параллельны и токи текут в одном направлении, б) в противоположных направлениях.

4.Определить магнитную индукцию поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящегося на расстоянии 30 см от его середины. Сила тока, текущего по проводу, равна 10 А, длина отрезка равна 80 см.

5. По круговому проводнику радиусом 0,12 м течет ток силой 0,2 А. Перпендикулярно плоскости кругового проводника проходит бесконечно длинный проводник, по которому течет ток силой 0,1 А. Индукция магнитного поля в центре кругового проводника $11{,}3\cdot 10^{-7}$ Тл. Определите, на каком расстоянии от

центра кругового проводника находится прямолинейный проводник.

6.Определите индукцию магнитного поля, созданного токами $I_1$ =5А и $I_2$=4А, текущими по бесконечно длинным проводникам в противоположных направлениях, в точке, отстоящей от проводников на расстояниях 8 см и 4см соответственно. Расстояние между проводниками 6 см.

7. Бесконечно длинный проводник, находящийся в воздухе, изогнут так, как это показано на рисунке 11. Радиус дуги R = 12 см. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого в точке О током I = 35 А, текущем в этом проводнике.

8. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной 16 см, течет ток силой 6 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

9. По контуру в виде равностороннего треугольника течет ток силой 3 А. сторона треугольника, а = 12 см. Определите магнитную индукцию в точке пересечения высот.

10. Длинный провод с током I = 4 А изогнут под углом $\alpha$ =2$\pi$/3 и находится в воздухе. Определить магнитную индукцию в точке $A_1$, находящуюся на продолжении одной из сторон угла на расстоянии $d_1$= 4 см от его вершины, и в точке $A_2$, находящейся на биссектрисе угла на расстоянии d = 6 см от его вершины.

11. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 4 см и 5 см, течет ток силой 9 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

12. По тонкому проводящему кольцу, находящемуся в воздухе, радиуса R = 16 см течет ток I = 14 А. Найти магнитную индукцию в точке А, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние, а=30см.

## 3.4 Домашняя работа № 3

**Вариант № 1**

1. По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии 20 см друг от друга в воздухе, текут токи $I_1$= 8 А и $I_2$= 12 А. Определите магнитную индукцию поля, созданного токами в точке, лежащей посередине между проводами: а) проводники параллельны и токи текут в одном направлении, б) проводники расположены перпендикулярно друг другу.

2. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми d= 20 см. текут одинаковые токи I = 8 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние 20 см, если токи текут: а) в противоположных направлениях.

3. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной 14 см течет ток силой 2,4 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

4. По контуру в виде равностороннего треугольника течет ток силой 20 А. сторона треугольника а = 50 см. Определите магнитную индукцию в точке пересечения высот.

5. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см, течет ток силой 18 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля в точке пересечения диагоналей.

**Вариант № 2**

1. По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии 8 см друг от друга в воздухе, текут токи $I_1 = 4$ А и $I_2 = 1$ А. Определите магнитную индукцию поля, созданного токами в точке, лежащей посередине между проводами: а) проводники параллельны и токи текут в одном направлении, б) проводники расположены перпендикулярно друг другу.

2. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящегося на расстоянии 30 см от его середины. Сила тока, текущего по проводу, равна 10 А, длина отрезка равна 80 см.

3. По круговому проводнику радиусом 0,12 м течет ток силой 0,2 А. Перпендикулярно плоскости кругового проводника проходит бесконечно длинный проводник, по которому течет ток силой 0,1 А. Индукция магнитного поля в центре кругового проводника $11{,}3 \cdot 10^{-7}$ Тл. Определите, на каком расстоянии от центра кругового проводника находится прямолинейный проводник.

4. По контуру в виде равностороннего треугольника течет ток силой 4 А, сторона треугольника а = 10 см. Определите магнитную индукцию в точке пересечения высот.

5. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 10 см и 14 см, течет ток силой 15 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

**Вариант № 3**

1. По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии 28 см друг от друга в воздухе, текут токи $I_1$= 0,2 А и $I_2$= 0,8 А. Определите магнитную индукцию поля, созданного токами в точке, лежащей посередине между проводами: а) проводники параллельны и токи текут в одном направлении, б) проводники расположены перпендикулярно друг другу.

2**.** По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми d= 30 см. текут одинаковые токи I = 6 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние 30 см, если токи текут: в противоположных направлениях.

3. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной 18 см течет ток силой 25 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

4. Прямой проводник длиной 120 см согнут в виде равностороннего треугольника. Определите силу тока, текущего по этому проводнику, если индукция магнитного поля в точке пересечения высот треугольника равна $2 \cdot 10^{-6}$ Тл.

5. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 12 см и 16 см, течет ток силой 12 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

**Вариант № 4**

1. По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии 6 см друг от друга, в воздухе текут токи $I_1$= 5 А и $I_2$= 7 А. Определите магнитную индукцию поля, созданного токами в точке, лежащей посередине между проводами: а) проводники параллельны и токи текут в одном направлении, б) проводники расположены перпендикулярно друг другу.

2. Определите магнитную индукцию поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящегося на расстоянии20 см от его середины. Сила тока, текущего по проводу, равна 8 А, длина отрезка равна 60 см.

3. По круговому проводнику радиусом 0,18 м течет ток силой 0,4 А. Перпендикулярно плоскости кругового проводника проходит бесконечно длинный проводник, по которому течет ток силой 0,2 А. Индукция магнитного поля в центре кругового проводника $32 \cdot 10^{-7}$ Тл. Определите, на каком расстоянии от центра кругового проводника находится прямолинейный проводник.

4. Прямой проводник длиной 60 см, согнут в виде равностороннего треугольника. Определить силу тока, текущего по этому проводнику, если индукция магнитного поля в точке пересечения высот треугольника равна $1{,}2 \cdot 10^{-6}$ Тл.

5. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 9 см и 13 см, течет ток силой 15 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

**Вариант № 5**

1. По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии 12 см друг от друга в воздухе, текут токи $I_1$= 14 А и $I_2$= 6 А. Определите магнитную индукцию поля, созданного токами в точке, лежащей посередине между проводами: а) проводники параллельны и токи текут в одном направлении, б) проводники параллельны и токи текут в противоположных направлениях, в) проводники расположены перпендикулярно друг другу.

2. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми d= 12 см. текут одинаковые токи I = 0,5 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние 12 см, если токи текут: в противоположных направлениях.

3. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной 12 см течет ток силой 2 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

4. Прямой проводник длиной 45 см согнут в виде равностороннего треугольника. Определить силу тока, текущего по этому проводнику, если индукция магнитного поля в точке пересечения высот треугольника равна $1{,}2 \cdot 10^{-6}$ Тл.

5.По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 8 см и 15 см, течет ток силой 5 А. Определите напряженность Н и индукцию В магнитного поля, в точке пересечения диагоналей.

**Практическое занятие № 4**

**Сила Лоренца. Сила Ампера.**

**4.1 Основные вопросы теории**

Сила Ампера - сила, действующая на проводник с током в магнитном поле.

$$F_A = [\,lB]I$$

где I – сила тока;

l – вектор, равный по модулю длине l проводника и совпадающий по направлению с током;

B – магнитная индукция поля

Модуль вектора F определяется выражением

$$F_A = IBl \sin \alpha$$

где α – угол между вектором магнитной индукции и направлением тока.

Если прямолинейный проводник перпендикулярен вектору магнитной индукции однородного поля, то модуль силы Ампера в этом случае

$$F_A = IBl$$

**Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки:** если вектор магнитной индукции или его перпендикулярная составляющая направлены в ладонь левой руки, а четыре пальца расположены по направлению тока, то отогнутый на $90^{0}$ большой палец покажет направление силы Ампера.

Сила Лоренца – сила, которая действует на заряд, движущийся в магнитном поле

$$F_л = q[\,VB]$$

где q –заряд частицы;

V–вектор скорости движущейся частицы;

B – магнитная индукция поля.

Модуль вектора F определяется выражением

$$F_л = qVB \sin \alpha$$

где α – угол между вектором магнитной индукции и вектором скорости движущейся частицы.

**Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки:** если ладонь левой руки расположить так, чтобы вектор магнитной индукции или его перпендикулярная составляющая входили в ладонь, а четыре пальца расположены по направлению вектора скорости положительно заряженной частицы (или противоположно направлению вектора скорости отрицательно заряженной частицы) то отогнутый на $90^0$ большой палец покажет направление силы Лоренца.

**Методические указания:**

1. Повторите теоретический материал по учебникам:

а) Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. - §111, 114, 115.

б) Дмитриева, В. Ф. Основы физики / В. Ф. Дмитриева, В. Л. Прокофьев. - М.: Высшая школа, 2001. - §107, §114, §115.

2. Запишите основные формулы и уравнения по теме занятия, уясните их содержание.

3. Запишите единицы измерения физических величин по теме занятия.

4. Порядок решения задач:

а) Нужно сделать чертеж, на котором указать контур(проводник) с током и направление линий магнитной индукции поля.

б) По правилу левой руки определить направление сил, действующих со стороны поля на контур(проводник), и показать векторы этих сил на чертеже.

в) Если в задаче рассматривается равновесие проводника или контура с током в магнитном поле, то помимо силы Ампера нужно указать и все остальные приложенные к проводнику силы и записать уравнение равновесия.

г) В результате получим уравнение для определения искомой величины.

д) Если в задаче идет речь о движении заряженной частицы в электрическом и магнитном поле, то для ее решения делают чертеж, на котором указывают направление электрического и магнитного поля, направление сил электрического и магнитного поля. Силу тяжести обычно не учитывают. Затем, используя уравнение второго закона Ньютона и, если нужно, уравнения кинематики, находят искомую величину.

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение силы Ампера, поясните все физические величины, входящие в формулу.
2. Сформулируйте правило определения направления силы Ампера, поясните его применение на рисунке.
3. Дайте определение силы Лоренца, поясните все физические величины, входящие в формулу.
4. Сформулируйте правило определения направления силы Лоренца, поясните его применение на рисунке.
5. Почему движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока?

## 4.2 Примеры решения задач

**Пример 4.1:**

Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определить силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля B = 0,4 Тл, а радиус кривизны траектории R = 0,5 см.

**Дано:**

R = 0,5 см

B = 0,4 Тл

**Найти: F**

**Решение:**

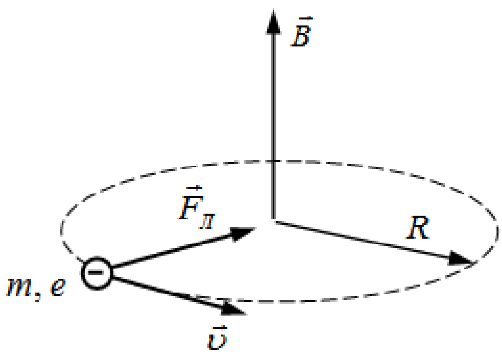


Рисунок 13 - Движение электрона в магнитном поле

Так как электрон движется в магнитном поле перпендикулярно его силовым линиям, то он движется по окружности.

Сила Лоренца, действующая на заряд $e$, движущийся со скоростью $\bar{\upsilon}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$

$$F_л = q[\ VB] \qquad (1)$$

Ее модуль:

$$F_л = qVB \sin \alpha\ = qVB \qquad (2)$$

где е заряд электрона;

α - угол между вектором скорости $\bar{\upsilon}$ и вектором магнитной индукции $\bar{B}$ (в данном случае $\bar{\upsilon} \perp \bar{B}$ и $\alpha = 90^0$, $\sin 90^0 = 1$);

B - магнитная индукция.

Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости V и, следовательно, сообщает частице центростремительное ускорение.

По второму закону Ньютона:

$$F_л = ma_n = m\frac{V^2}{R} \qquad (3)$$

где $m$ – масса электрона.

Приравниваем (2) и (3):

$$m\frac{V^2}{R} = eVB \qquad (4)$$

Из (4) находим:

$$V = \frac{eBR}{m} \qquad (5)$$

Подставим (5) в (2):

$$F_л = e \cdot \frac{eBR}{m} \cdot B = \frac{e^2B^2R}{m} \qquad (6)$$

Произведем вычисления: $F_л = \frac{(1{,}6^{-19})^2 0{,}4^2 0{,}5 \cdot 10^{-2}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 1{,}4 \cdot 10^{-11}$ Н

**Ответ:** $F_л = 1{,}4 \cdot 10^{-11}$ Н

**Пример 4.2:**

Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U = 500 В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,4 Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности.

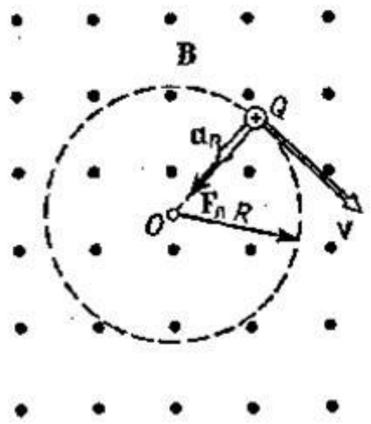


Рисунок 14 - Движение протона в магнитном поле

**Дано:**

U = 500 В

B = 0,4 Тл

**Найти:** R

**Решение:**

Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле будет происходить по окружности только в том случае, когда частица влетит в магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции. Так как сила Лоренца перпендикулярна вектору v, то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение $a_n$. Согласно второму закону Ньютона,

$$\vec{F}_л = m\vec{a}_n \qquad (1)$$

где *m* - масса протона.

На рисунке 13 совмещена траектория протона с плоскостью чертежа и дано (произвольно) направление вектора v. Силу Лоренца направим перпендикулярно вектору v к центру окружности (векторы $a_n$ и $F_л$ сонаправлены).

Используя правило левой руки, определим направление магнитных силовых линий (направление вектора B).

Перепишем выражение (1) в скалярной форме (в проекции на радиус):

$$F_л = ma_n \qquad (2)$$

В скалярной форме

$$F_л = qvB\sin\alpha.$$

В нашем случае $v \perp B$ и $\sin \alpha=1$,
тогда

$$F_л= qvB.$$

Так как нормальное ускорение

$$a_n=v^2/R,$$

то выражение (2) перепишем следующим образом:

$$qvB = mv^2/R.$$

Отсюда находим радиус окружности:

$$R = mv /(qB).$$

Заметив, что mv есть импульс протона (p), это выражение можно записать в виде

$$R = p/(qB). \qquad (3)$$

Импульс протона найдем, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т.е.

$$A = \Delta E_к, \text{ или } q\ (\varphi_1 - \varphi_2) = E_{1к} - E_{2к},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение U),

$E_{1к}$, $E_{2к}$ - начальная и конечная кинетические энергии протона.

Пренебрегая начальной кинетической энергией протона и выразив кинетическую энергию $E_{2к}$ через импульс p, получим

$$qU = p^2/(2m).$$

Найдем из этого выражения импульс

$$p = \sqrt{2mqU}$$

и подставим его в
формулу (3):

$$R = \frac{1}{qB}\sqrt{2mqU}$$

$$\text{или } R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{q}} \qquad (4)$$

Подставим в формулу (4) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$R = \frac{1}{0{,}4}\sqrt{\frac{2\cdot 500\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}}{1{,}6\cdot 10^{-19}}} = 0{,}00808 \text{ м} = 8{,}08 \text{ мм}$$

**Ответ:** R= 8,08 мм

**Пример 4.3:**

Электрон, влетев в однородное магнитное поле (B=0,25 Тл), стал двигаться по окружности радиуса R=2 см. Определить магнитный момент $p_m$ эквивалентного кругового тока.

**Дано:**

R=2 см

B = 0,25 Тл

**Найти:** $p_m$

**Решение:**

Электрон начинает двигаться по окружности, если он влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. На рисунке линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости чертежа и направлены «от нас» (обозначены крестиками).Движение электрона по окружности эквивалентно круговому току, который в данном случае определяется выражением

$$I_{экв}=\frac{|e|}{T}$$

где e- заряд электрона; T- период его обращения.

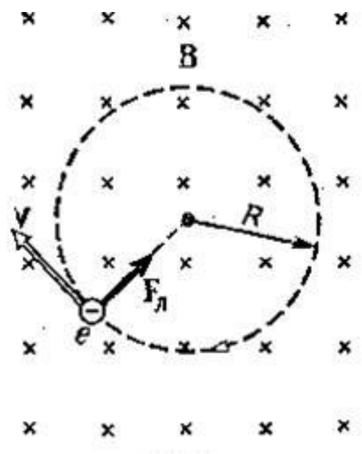


Рисунок 14 - Движение электрона в магнитном поле

**Период обращения** можно выразить через скорость электрона v и путь, проходимый электроном за период

$$T= v/(2\pi R).$$

Тогда

$$I_{экв}=ev/(2\pi R) \qquad (1)$$

Зная $I_{экв}$, найдем магнитный момент эквивалентного кругового тока. По определению, магнитный момент контура с током выражается соотношением

$$p_m =I_{экв}\, S, \qquad (2)$$

где S - площадь, ограниченная окружностью, описываемой электроном

$$S=\pi R^2$$

Подставив $I_{экв}$ из (1) в выражение (2), получим

$$p_m=\frac{|e|V\pi R^2}{2\pi R}$$

Сократим на $\pi$R и перепишем это выражение в виде:

$$p_m=0{,}5\,|e|\,VR \qquad (3)$$

В полученном выражении известной является скорость электрона, которая связана с радиусом R окружности, по которой он движется, соотношением

$$R=mv/(eB)$$

найдем интересующую нас скорость

$$v=eBR/m$$

и подставим ее в формулу (3)

$$p_m = \frac{|e^2|BR^2}{2m}$$

Произведем вычисления:

$$p_m = \frac{|1{,}6^2 \cdot 10^{-38}| \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}02^2}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 7{,}03 \cdot 10^{-12} А \cdot м^2$$

**Ответ:** $p_m$= 7,03пА·м$^2$

**Пример 4.4:**

Электрон движется в однородном магнитном поле (B=12 мТл) по винтовой линии, радиус R которой равен 1,4 см и шаг h= 4 см. Определить период T обращения электрона и его скорость v.

**Дано:**

R=1,4 см

B = 12 мТл

h= 4 см

**Найти:** T, v.

**Решение:**

Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом ($\alpha = \pi/2$) к линиям магнитной индукции.

Разложим, как это показано на рис.15, скорость **v** электрона на две составляющие: параллельную вектору B($v_{\parallel}$) и перпендикулярную ему ($v_{\wedge}$). Скорость $v_{\parallel}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость $v_{\wedge}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению ($F_л \perp v_{\wedge}$) (в отсутствие параллельной составляющей ($v_{\parallel} = 0$) движение электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям).

Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении со скоростью $v_{\parallel}$, равноускоренном движении по окружности со скоростью **$v_{\wedge}$**.

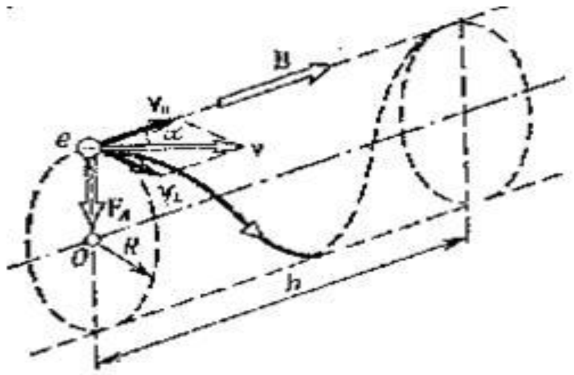


Рисунок 15 - Движение электрона в магнитном поле

Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением

$$T=2\pi R/v_\wedge \qquad (1)$$

Найдем отношение $R/v_\wedge$. Для этого воспользуемся тем, что сила Лоренца сообщает электрону нормальное ускорение

$$a_n = v_\wedge^2/R$$

Согласно второму закону Ньютона можно написать

$$F_л = ma_n ,$$

$$\text{или } e \cdot v_\wedge \cdot B = m \cdot v_\wedge^2 /R, \qquad (2)$$

где $v_\wedge = v \cdot \sin a$.

Сократив (2) на $v_\wedge$, получим $R/v_\wedge = m/(e \cdot B)$ и подставим в формулу (1):

$$T = 2\pi \frac{m}{|e|B}$$

Произведем вычисления:

$$T = 2\pi \frac{2\pi\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 12\cdot 10^{-3}} = 2{,}98\cdot 10^{-9} = 2{,}98 \text{ нс}$$

Модуль скорости v, как это видно из рис. 14, можно выразить через $v_\wedge$ и $v_\parallel$:

$$v^2 = v_\wedge^2 + v_\parallel^2$$

Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости:

$$v_\wedge = \frac{R|e|B}{m}$$

Параллельную составляющую скорости $v_\parallel$ найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения T, электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии,

$$\text{т.е. } h = T\cdot v_\parallel ,$$

$$\text{откуда } v_\parallel = h / T$$

Подставив вместо T правую часть выражения (2), получим

$$v_\wedge = \frac{h|e|B}{2\pi m}$$

Таким образом, модуль скорости электрона

$$v = \sqrt{v\wedge^2 + v||^2} = = \frac{|e|B}{m}\sqrt{R^2 + (\frac{h}{2\pi})^2}$$

Произведем вычисления:

$$v = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 12\cdot 10^{-3}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}[\ (0{,}014)^2 + (\frac{0{,}04}{2\pi})^2]^{0{,}5} = 35{,}2 \text{ Мм/с}$$

**Ответ:** v= 35,2 Мм/с

**Пример 4.5:**

В однородное магнитное поле влетает электрон, имеющий скорость $V=2{,}2\cdot 10^5$ м/с, под углом $45^0$ к направлению вектора магнитной индукции B. Какое наименьшее значение $B_{min}$ должна иметь индукция магнитного поля, чтобы электрон мог оказаться в точке, находящейся на расстоянии h = 2,4 см от начальной точки?

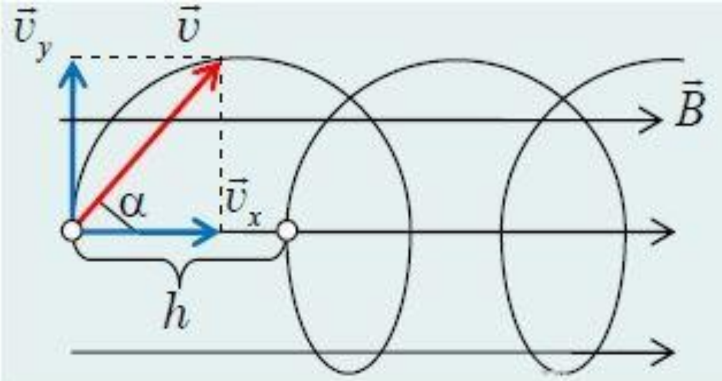


Рисунок 16 - Движение электрона в магнитном поле

**Дано:**
V=2,2·$10^5$ м/с
α =$45^0$
h= 2,4 см

**Найти:** B

**Решение:**

Составляющая скорости $v_x$, вдоль линии магнитной индукции определяет расстояние, которое в этом направление пройдет электрон

$$h = v_x T \quad (1)$$

Перпендикулярно к линиям поля электрон движется по окружности под воздействием силы Лоренца

$$F_л = qvB = ma_ц = mv^2/R,$$
$$qB = mv_{\wedge}/R.$$

отсюда следует, что

$$v_{\wedge} = \frac{qBR}{m} \quad (2)$$

скорость движения по окружности будет

$$v_{\wedge} = \frac{2\pi R}{T}$$

Имеем

$$T = \frac{2\pi R}{v^{\wedge}} \quad (3)$$

Подставим $v_{\wedge}$ из уравнения (2) в (3)

$$T = \frac{2\pi Rm}{qBR} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (4)$$

Подставим T из уравнения (4) в (1)

$$h = v\cos 45^0 \cdot \frac{2\pi m}{qB}$$

Откуда

$$B_{min} = v\cos 45^0 \cdot \frac{2\pi m}{qh}$$

Определим численное значение

$B_{min} = 2{,}2 \cdot 10^{5} \cdot \cos 45^0 \cdot \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-2}} = 2{,}3 \cdot 10^{-4}$Тл

**Ответ:** $B_{min} = 2{,}3 \cdot 10^{-4}$Тл

## 4.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Прямой провод длиной 16 см, по которому течет ток I=25 A. находится в однородном магнитном поле с индукцией B= 0,004 Тл. Найти угол между направлениями вектора B и тока, если на провод действует сила F =8 мН.

2. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции со скоростью 5 Мм/с. Определите силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля B=0,4 Тл.

3. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определите силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля B=0,8 Тл, а радиус кривизны траектории R=0,6 см (масса электрона – $9{,}1 \cdot 10^{-31}$кг, заряд электрона – $1{,}6 \cdot 10^{-19}$Кл).

4. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B=0,04 Тл по окружности R= 2 см. Определите кинетическую энергию электрона.

5. Вычислите радиус дуги окружности, которую описывает протон в магнитном поле с индукцией B= 20 мТл. Если скорость протона равна 2,4 Мм/с. Масса протона $1{,}67 \cdot 10^{-27}$кг, заряд протона – $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

6. Электрон в однородном магнитном поле с индукцией B=0,15 Тл движется по окружности. Определите силу эквивалентного кругового тока I, создаваемого движением электрона.

7. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью H =5 кА/м. Вычислите период вращения электрона.

8. Вычислите частоту вращения электрона по круговой орбите в магнитном поле, магнитная индукция которого B равна 0,4 Тл.

9. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией B = 0,2 Тл возбуждено электрическое поле напряженностью 400 кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислить скорость частицы.

10. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов U = 240 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое (E= 5 кВ/м) и магнитное (B= 0,05 Тл) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если двигаясь перпендикулярно обеим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

11. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но разные массы. влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 6$ см, второй ион по окружности $R_2 = 3$ см. Найдите отношение масс ионов $m_1/m_2$, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

12. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Первый ион, масса которого $m_1$= 8 а.е.м., описал дугу окружности

радиусом $R_1$ = 2,5 см. Определите массу $m_2$ второго иона, который описал дугу окружности $R_2$ = 3,5 см.

13. В однородном магнитном поле с индукцией B = 1,4 Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом R = 6 см и шагом h = 36 см. Определите кинетическую энергию протона.

14. В однородном магнитном поле с индукцией B=2,8 Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом R=1,2 см и шагом h=5см. Определить с какой скоростью движется протон, его период вращения.

15. Электрон влетает в магнитное поле напряженностью H = 12 кА/м со скоростью 5 Мм/с. Вектор скорости составляет угол $30^0$ с направлением линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

16. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле со скоростью 0,8c (c – скорость света в вакууме). Магнитная индукция поля B = 0,02 Тл. Определить радиус окружности в двух случаях: 1) не учитывая увеличение массы со скоростью; 2) учитывая это увеличение.

## 4.4 Домашняя работа № 4

### Вариант № 1

1. Прямой провод длиной 15 см, по которому течет ток I=24A. находится в однородном магнитном поле с индукцией B= 0,002 Тл. Найти угол между направлениями вектора B и тока, если на провод действует сила F =7 мН.

2. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определите силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля B=0,4 Тл, а радиус кривизны траектории R=0,4 см (масса электрона – $9{,}1\cdot10^{-31}$кг, заряд электрона – $1{,}6\cdot10^{-19}$Кл).

3. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но разные массы. влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1$ = 8 см, второй ион по окружности $R_2$ = 4 см. Найдите отношение масс ионов $m_1/m_2$, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

4. Вычислите частоту вращения электрона по круговой орбите в магнитном поле, магнитная индукция которого B равна 0,2 Тл.

5. Электрон влетает в магнитное поле напряженностью H = 8 кА/м со скоростью 4 Мм/с. Вектор скорости составляет угол $30^0$ с направлением линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

### Вариант № 2

1. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции со скоростью 2 Мм/с. Определите силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля B = 0,2 Тл.

2. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией B = 0,5 Тл возбуждено электрическое поле напряженностью 420 кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная части-

ца. Вычислить скорость частицы.

3. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Первый ион, масса которого $m_1$= 16 а.е.м., описал дугу окружности радиусом $R_1$ = 3 см. Определите массу $m_2$ второго иона, который описал дугу окружности $R_2$ = 6 см.

4. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов U =340 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое (Е= 4 кВ/м) и магнитное (В= 0,08 Тл) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если двигаясь перпендикулярно обеим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

5. В однородном магнитном поле с индукцией В = 1,8 Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом R = 1,5 см и шагом h = 4 см. Определить с какой скоростью движется протон, его период вращения

**Вариант № 3**

1. Прямой провод длиной 10 см, по которому течет ток I = 22А. находится в однородном магнитном поле с индукцией В = 0,003 Тл. Найти угол между направлениями вектора В и тока, если на провод действует сила F = 6 мН.

2. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определите силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля В = 1,2 Тл, а радиус кривизны траектории R=1,4 см (масса электрона – $9{,}1 \cdot 10^{-31}$кг, заряд электрона – $1{,}6 \cdot 10^{-19}$Кл).

3. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но разные массы. влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1$ = 12 см, второй ион по окружности $R_2$ = 6 см. Найдите отношение масс ионов $m_1/m_2$, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

4. Вычислите частоту вращения электрона по круговой орбите в магнитном поле, магнитная индукция которого В равна 0,8 Тл.

5. Электрон влетает в магнитное поле напряженностью Н = 5 кА/м со скоростью 2 Мм/с. Вектор скорости составляет угол $30^0$ с направлением линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

**Вариант № 4**

1. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции со скоростью 1 Мм/с. Определите силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля В = 0,24 Тл.

2. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией В = 0,8 Тл возбуждено электрическое поле напряженностью 440 кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислить скорость частицы.

3. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Первый ион, масса которого $m_1$= 4 а.е.м., описал дугу окружности радиусом $R_1$ = 2 см. Определите массу $m_2$ второго иона, который описал дугу

окружности $R_2 = 6$ см.

4. Электрон в однородном магнитном поле с индукцией B=0,25 Тл движется по окружности. Определите силу эквивалентного кругового тока I, создаваемого движением электрона.

5. В однородном магнитном поле с индукцией B=2,4 Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом R=1,5 см и шагом h=3см. Определить с какой скоростью движется протон, его период вращения.

**Вариант № 5**

1. Прямой провод длиной 22 см, по которому течет ток I=14A. находится в однородном магнитном поле с индукцией B= 0,005 Тл. Найти угол между направлениями вектора B и тока, если на провод действует сила F =4 мН.

2. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определите силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля B=0,5 Тл, а радиус кривизны траектории R=1,1 см (масса электрона – $9{,}1 \cdot 10^{-31}$кг, заряд электрона – $1{,}6 \cdot 10^{-19}$Кл).

3.Два иона, имеющие одинаковый заряд, но разные массы. влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1$=18 см, второй ион по окружности $R_2$=6 см. Найдите отношение масс ионов $m_1/m_2$, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

4. Вычислите частоту вращения электрона по круговой орбите в магнитном поле, магнитная индукция которого B равна 2,2 Тл.

5. Электрон влетает в магнитное поле напряженностью H = 6 кА/м со скоростью 3 Мм/с. Вектор скорости составляет угол $30^0$ с направлением линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

**Практическое занятие № 5**

**Закон электромагнитной индукции. Самоиндукция. Индуктивность.**

**5.1 Основные вопросы теории**

**Электромагнитная индукция** – явление возникновения электрического тока в замкнутом контуре при изменении во времени магнитного поля или при движении контура в магнитном поле.

**Индукционный ток** – электрический ток, возникающий в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, пронизывающего этот контур.

**Закон электромагнитной индукции:**

ЭДС электромагнитной индукции в замкнутом проводящем контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

ЭДС индукции, возникающая в рамке площадью S при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B

$$\mathcal{E}_i = BS\omega \sin \omega t$$

где ωt – мгновенное значение угла между вектором B и вектором нормали n к плоскости рамки.

Магнитный поток, создаваемый током I в контуре

$$\Phi = LI$$

где L – индуктивность контура

**Самоиндукция** – это возникновение ЭДС в проводящем контуре при изменении в нем силы тока.

**Закон Фарадея применительно к самоиндукции**:

$$\mathcal{E}_{si} = -L\frac{dI}{dt}$$

где L – индуктивность (коэффициент самоиндукции), зависящая от геометрической формы, размеров контура и магнитных свойств среды, в которой он находится.

Единица индуктивности – генри (Гн): 1 Гн – индуктивность такого контура, магнитный поток которого при силе тока 1 А равен 1 Вб:

1 Гн = 1 Вб/А.

Индуктивность контура зависит от его геометрической формы, размеров и от магнитных свойств среды, в которой он находится.

$$L = \mu \cdot \mu_0 \frac{SN^2}{l}$$

где N – общее число витков соленоида,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная постоянная,

$V = l \cdot S$ - объем соленоида,

$n = N/l$ - число витков, приходящихся на единицу длины, формулу индуктивности можно переписать в виде

$$L = \mu \cdot \mu_0 n^2 V$$

**Взаимная индукция** – возникновение ЭДС индукции в одном проводнике вследствие изменения силы тока в другом проводнике или вследствие изменения взаимного расположения проводников.

**ЭДС взаимной индукции**

$$\mathcal{E} = - L\frac{dI}{dt}$$

где L - взаимная индуктивность, физическая величина, характеризующая магнитную связь электрических контуров и равная отношению потока магнитной индукции, пронизывающего площадь, ограниченную первым контуром, к силе тока во втором контуре, создающем этот поток индукции.

Взаимная индуктивность двух катушек (с числом витков $N_1$ и $N_2$), намотанных на общий сердечник

$$L = \mu \cdot \mu_0 \frac{SN_1N_2}{l}$$

где l – длина сердечника,

S –площадь поперечного сечения сердечника.

Энергия магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L, по которому течет ток I.

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Объемная плотность энергии однородного магнитного поля длинного соленоида

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

Элементарная работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi$$

где $d\Phi$ – магнитный поток. пересекаемый движущимся проводником

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi\hat{}$$

где $d\Phi\hat{}$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

**Методические указания:**

1. Повторите теоретический материал по учебникам:

а) Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. - §122-§130.

б) Дмитриева, В. Ф. Основы физики / В. Ф. Дмитриева, В. Л. Прокофьев. - М. : Высшая школа, 2001. - §117-§120.

2. Запишите основные формулы и уравнения по теме занятия, уясните их содержание.

3. Запишите единицы измерения физических величин по теме занятия.

4. При решении задач на расчет величины электромагнитной индукции, удобно пользоваться следующими рекомендациями:

1а) Анализируя условия задачи, необходимо, прежде всего, установить причины изменения магнитного потока, связанного с контуром, и определить, какая из величин: B, S или α, входящих в выражение для $\Phi_B$, изменяется с течением времени. После этого нужно записать основное расчетное соотношение. Если в задаче рассматривается поступательное движение прямого проводника, то ЭДС индукции определяют по формуле, вытекающей из закона электромагнитной индукции.

б) Затем выражение для $\Phi_B$ надо представить в развернутом виде. Для этого выбирают два момента времени $t_1$ и $t_2$ и для каждого из них определяют потоки $\Phi_1$ и $\Phi_2$ связанные с данным контуром. Изменение магнитного потока за время в зависимости от условия задачи будет равно $d\Phi = (B_2 - B_1)S \cos \alpha$, если изменяется индукция магнитного поля, в котором находится контур, или $d\Phi = BS (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$ , если изменяется положение рамки в поле, или, наконец, $d\Phi = B{\cdot}dS \cos\alpha$ , где dS - изменение площади контура, описанного в пространстве движущимся проводником.

с) Далее надо подставить выражение для $d\Phi$ в исходную формулу закона электромагнитной индукции и, записав дополнительные условия, решать полученные уравнения совместно относительно искомой величины. Обычно наибольшие затруднения возникают при расчете электрических цепей, содержащих аккумуляторы, когда на одном из участков цепи возникает ЭДС индукции, вызванная движением проводника в магнитном поле. Решение таких задач нужно начинать с определения полярности и модуля этой ЭДС индукции, после чего задача сведется к расчету обычной цепи постоянного тока с несколькими источниками ЭДС, соединенными между собой последовательно или параллельно.

2) Возможен также другой способ решения задач на явление электромагнитной индукции, когда величина ЭДС находится не через изменение магнитного потока, а непосредственно как работа сторонней силы (чаще всего силы Лоренца).

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение явления электромагнитной индукции.
2. Сформулируйте и запишите закон электромагнитной индукции.
3. Дайте определение явления самоиндукции.
4. Сформулируйте и запишите закон Фарадея применительно к самоиндукции.
5. Дайте характеристику индуктивность контура, запишите все формулы для ее расчета.
6. Дайте определение взаимной индукции.
7. Дайте определение взаимной индуктивности.
8. Запишите формулу энергии магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре.
9. Запишите формулы для расчета объемной плотности энергии однородного магнитного поля длинного соленоида.
10. Запишите формулы для расчета работы по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле.

## 5.2 Примеры решения задач

**Пример 5.1:**

Виток радиусом R = 4,5 см, по которому течёт ток силой I= 3 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией B=0,3 Тл. Силовые линии поля перпендикулярны плоскости витка. Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте витка на угол $90^{o}$ вокруг оси, совпадающей с диаметром витка. Считать, что при повороте витка сила тока в нём поддерживается постоянной.

**Дано:**

R = 4,5 см,
I = 3 А
B = 0,3 Тл
$\alpha_1 = 0^0$
$\alpha_2 = 90^0$

**Найти:** А

**Решение:**

Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна

$$A = I(\Phi_1 + \Phi_2)$$

где $\Phi_1$ - магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения,
$\Phi_2$ - то же после перемещения.

С учётом того, что в однородном магнитном поле

$$\Phi = BS\cos\alpha$$

Получим $\Phi_1 = BS\cos 0 = BS$

$$\Phi_2 = BS\cos 90^0 = 0$$

Следовательно,

$$A = IBS = IB\pi R^2$$

Подставим числовые значения и получим

$A = 3 \cdot 0{,}3 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}045)^2 = 5{,}72$ мДж

**Ответ:** А = 5,72 мДж

**Пример 5.2:**

Магнитная индукция однородного магнитного поля в сердечнике короткозамкнутой катушки из 560 витков изменяется со скоростью 0,8 Тл/с. Найдите силу тока в катушке, если её электрическое сопротивление 25 Ом, а радиус сердечника 2 см.

**Дано:**

N = 560

$\frac{dB}{dt} = 0{,}8$ Тл/с

r = 2 см

R = 25 Ом

**Найти:** I

**Решение:**

Сила тока в катушке возникнет в результате возникновения ЭДС индукции, причиной которой является изменяющееся во времени магнитное поле:

$$\mathcal{E}_i = \left| N\frac{d\Phi}{dt} \right| = N\frac{\Delta BS}{\Delta t}$$

Площадь поперечного сечения, через которое изменяется магнитное поле, равно: $S = \pi r^2$.

Сила тока:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = N\frac{\Delta B\pi r^2}{R}$$

Подставим числовые значения и получим

$I_i = 560 \cdot 0{,}8 \cdot 3{,}14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2/25 = 22{,}5 \cdot 10^{-3}$ А.

**Ответ**: $I = 22{,}5 \cdot 10^{-3}$ А.

**Пример 5.3:**

Две катушки намотаны на общий сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1$= 0,2 Гн, второй - $L_2$= 0,6 Гн, сопротивление второй катушки $R_2$ = 400 Ом. Определите силу тока во второй катушке, если ток 0,25 А, текущий в первой катушке выключить в течение 0,004 с.

**Дано:**

$L_1$= 0,2 Гн

$L_2$= 0,6 Гн

$R_2$ = 400 Ом

$I_1$ = 0,25 А

$\Delta t$= 0,004 с

**Найти:** $I_2$

**Решение:**

Сила тока во второй катушке определяется из закона Ома для замкнутой цепи

$$I_2 = \frac{\varepsilon_{i2}}{R_2} \qquad (1)$$

$\varepsilon_{i2}$- ЭДС, индуцируемая во второй катушке, при изменении силы тока в первой.

Согласно закону Фарадея

$$\varepsilon_{i2} = -L\frac{dI_1}{dt} \qquad (2)$$

где L – взаимная индуктивность катушек, намотанных на общий сердечник. равная

$$L = \mu\cdot\mu_0\frac{N_1N_2S}{l}$$

где $\mu_0$ - магнитная постоянная;

$\mu$ - магнитная проницаемость среды;

l –длина сердечника;

S –площадь поперечного сечения сердечника.

Учитывая, что индуктивности

$$L_1 = \mu\cdot\mu_0\frac{N_1^2S}{l} \qquad L_2 = \mu\cdot\mu_0\frac{N_2^2S}{l}$$

Формулу взаимной индуктивности катушек можно представить в виде

$$L = \sqrt{\mu\mu_0\frac{N_1^2S}{l}}\cdot\sqrt{\mu\mu_0\frac{N_2^2S}{l}} = \sqrt{L_1L_2}$$

Подставив это значение L в формулу (2), а формулу (2) в выражение (1), найдем искомое значение силы тока во второй катушке

$$I_2 = \frac{\sqrt{L_1L_2}}{R_2}\cdot\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{0\sqrt{0{,}2\cdot 0{,}6}}{400}\cdot\frac{0{,}25}{0{,}004} = 0{,}054\text{ А}$$

**Ответ:** $I_2$=0,054 А

**Пример 5.4:**

Контур в виде квадрата со стороной а = 12 см находится в однородном магнитном поле с индукцией В = 0,45 мТл так, что его плоскость составляет угол $\beta=30^0$ с силовыми линиями поля. Какой заряд протечёт по контуру при включении магнитного поля? Сопротивление контура R = 1,2 мОм.

**Дано:**

а = 12 см

В = 0,45 мТл

$\beta = 30^0$

R = 1,2 мОм.

**Найти:** q

**Решение:**

При выключении магнитного поля магнитный поток Ф, пронизывающий контур, меняется. В контуре возникает ЭДС индукции, мгновенное значение которой по закону Фарадея равно

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Мгновенное значение силы индукционного тока определяется по закону Ома

$$I = \frac{\mathcal{E}i}{R} = -\frac{d\Phi}{Rdt}$$

За время dt по контуру протечёт заряд

$$dq = Idt = = -\frac{Id\Phi}{R}$$

Проинтегрировав это выражение, найдём полный заряд

$$q = -\frac{I}{R}\int_{\Phi 1}^{\Phi 2} d\Phi = \frac{I}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

Для однородного магнитного поля начальный магнитный поток равен

$$\Phi = BS\cos\alpha$$

где α – угол между вектором B и нормалью к плоскости контура n;

$S = a^2$ - площадь квадрата,

$\alpha = 90^0 - \beta$. Следовательно, $\cos\alpha = \sin\beta$.

Конечный магнитный поток $\Phi_2 = 0$.

Таким образом,

$$q = \frac{BS\sin\beta}{R} = \frac{Ba^2\sin\beta}{R}$$

Подставим числовые значения и получим

$$q = \frac{0{,}45\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}12^2\cdot 0{,}5}{1{,}2\cdot 10^{-3}} = 2{,}7 \text{ мКл}$$

**Ответ:** q = 2,7 мКл

**Пример 5.5:**

В центре плоской круглой рамки, состоящей из N = 60 витков радиусом R=18 см. находится маленькая рамочка, состоящая из $N_2$=100 витков площадью S=1,2 см$^2$. Маленькая рамка вращается вокруг одного из диаметров большой рамки с постоянной угловой скоростью $\omega_0$ = 300 рад/с. Найти максимальное значение ЭДС индукции, если в обмотке первой рамки течёт ток силой I=10А.

**Дано:**

$N_1 = 60$

$N_2 = 100$

R = 18 см = 0,18 м

S =1,2 см$^2$ = 1,2 $\cdot 10^{-4}$ м$^2$

$\omega_0$ = 300 рад/с

I = 10А.

**Найти:** $\mathcal{E}_{max}$

**Решение:**

При вращении маленькой рамки непрерывно изменяется угол α между вектором $\vec{B}$ и нормалью к плоскости рамки и, следовательно, изменяется магнитный поток Ф, пронизывающий маленькую рамку. В рамке возникает ЭДС индукции, мгновенное значение которой по закону Фарадея, равно

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\psi}{dt} = -N_2\frac{d\Phi}{dt} \qquad (1)$$

где $\psi = N_2\Phi$ - потокосцепление.

Так как размеры маленькой рамки малы по сравнению с размерами большой рамки, то поле в пределах маленькой рамки можно считать однородным. Магнитную индукцию B этого поля можно выразить через индукцию поля в центре круговых витков с током

$$B = N_1 \mu\mu_0 \frac{I}{2R} \qquad (2)$$

Для однородного поля магнитный поток, пронизывающий маленькую рамку, равен

$$\Phi = BS \cos \omega t.$$

С учётом того, что при вращении рамки с постоянной угловой скоростью мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = N_2 BS\omega \sin \omega t.$$

Максимальное значение ЭДС индукции равно

$$\mathcal{E}_i = N_2 BS\omega.$$

Учитывая формулу (2), получим

$$\mathcal{E}_{imax} = N_1 N_2 \mu \cdot \mu_0 \frac{I}{2R} S\omega.$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная постоянная

$\mathcal{E}_{imax} = 60 \cdot 100 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{10}{2 \cdot 0{,}18} 1{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 300 = 7{,}53 \cdot 10^{-3}$ В

**Ответ:** $\mathcal{E}_{imax} == 7{,}53 \cdot 10^{-3}$ В

### 5.3 Задачи для самостоятельного решения

1. По катушке индуктивностью L=8 мкГн течет ток I=6 А. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, если сила тока изменяется практически до нуля за время $\Delta t$=5 мс.

2. Магнитный поток Ф=0,02 мВб пронизывает замкнутый контур. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, если магнитный поток изменяется до нуля за время $\Delta t$=4 мс.

3. Длинный соленоид индуктивностью 5 мГн содержит N = 800 витков. Площадь поперечного сечения соленоида S =18 см$^2$. Определите магнитную индукцию поля внутри соленоида, если сила тока, протекающего по его обмотке равна 5 А.

4. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой l = 8 см. Определите ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью v = 8 м/с.

5. В однородном магнитном поле подвижная сторона (ее длина l= 12 см) прямоугольной рамки перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью v = 6 м/с. Определите индукцию магнитного поля, если возникающая в рамке ЭДС индукции 0.4 В.

6. Две гладкие замкнутые металлические шины, расстояние между которыми равно 20 см, со скользящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находятся в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,15 Тл, перпендикулярном плоскости контура. Перемычка массой 4 г скользит вниз с постоян-

ной скоростью $v = 0,4$ м/с. Определите сопротивление перемычки, пренебрегая самоиндукцией контура и сопротивлением остальной части контура.

7. Соленоид без сердечника длиной $l = 0,6$ м и диаметром $D = 1,5$ см содержит $N = 700$ витков. Определите среднюю ЭДС самоиндукции в соленоиде, если сила тока в нем равномерно возрастает от $I_1 = 2$ А до $I_2 = 6$ А за время $\Delta t = 0,15$с.

8. Определите, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром $d = 0,6$ мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром $D = 1,8$ см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью $L = 0,2$ мГн?

9. Две катушки намотаны на общий сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,18$ Гн, второй - $L_2 = 0,8$ Гн, сопротивление второй катушки $R_2 = 350$ Ом. Определите силу тока $I_2$ во второй катушке, если ток 0,6 А, текущий в первой катушке, выключить в течение 0,003 с.

10. Плоский контур, площадь которого S равна 250 $см^2$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,02$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям магнитной индукции. В контуре поддерживается постоянный ток $I = 8$ А. Определите работу внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

11. Квадратная рамка со стороной 12 см, по которой течет ток силой 180 А, свободно установилась в однородном магнитном поле ($B = 0,25$ Тл). Вычислите работу, которую необходимо совершить, для того, чтобы повернуть виток относительно оси лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям магнитной индукции, на угол $2\pi/3$.

12. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого провода радиусом $R = 20$ см течет ток силой 80 А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл, по направлению совпадающей с индукцией $B_1$, собственного магнитного поля кольца. Вычислите работу А внешних сил, которые, действуя на провод, деформировали его и придали ему форму квадрата. Сила тока при этом не изменялась. Работой против упругих сил пренебречь.

13. Плоский контур с током силой $I = 3$ А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,7$ Тл. Площадь контура $S = 180$ $см^2$. Поддерживая ток в контуре постоянным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $30^0$. Определить совершенную при этом работу.

14. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной 10 см, течет ток силой 20 А. Плоскость квадрата составляет угол $20^0$с линиями индукции однородного магнитного поля ($B = 0,1$ Тл). Вычислите работу. которую необходимо совершить, для того чтобы удалить провод за пределы поля.

15. Виток, по которому течет ток 15 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 25$ мТл. Диаметр витка равен 12 см. Определите работу, которую надо совершить для того, чтобы повернуть виток на угол $45^0$ относительно оси, совпадающей с диаметром. То же, если угол равен $2\pi$.

16. Индуктивность соленоида при длине 0,9 м и площади поперечного сечения $S = 30$ $см^2$ равна $L = 0,5$ мГн. Определите силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 0,2

Дж/м$^3$.

17. Катушка без сердечника длиной 40 см содержит N = 300 витков. По катушке течет ток силой 1,2 А. Определите объемную плотность энергии магнитного поля внутри катушки.

## 5.4 Домашняя работа № 5

**Вариант № 1**

1. По катушке индуктивностью L = 5 мкГн течет ток I = 2 А. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, если сила тока изменяется практически до нуля за время $\Delta t$ = 4 мс.
2. Длинный соленоид индуктивностью 4 мГн содержит N = 700 витков. Площадь поперечного сечения соленоида S = 16 см$^2$. Определите магнитную индукцию поля внутри соленоида, если сила тока, протекающего по его обмотке равна 4 А.
3. В однородном магнитном поле с индукцией B = 1,4 Тл помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой l = 12 см. Определите ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью v=5 м/с.
4. Плоский контур, площадь которого S равна 240 см$^2$, находится в однородном магнитном поле с индукцией B=0,026 Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям магнитной индукции. В контуре поддерживается постоянный ток I= 2 А. Определите работу внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.
5. Индуктивность соленоида при длине 0,8 м и площади поперечного сечения S=20 см$^2$ равна L= 0,6 мГн. Определите силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 0,5 Дж/м$^3$.

**Вариант № 2**

1. Магнитный поток Ф=0,03 мВб пронизывает замкнутый контур. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, если магнитный поток изменяется до нуля за время $\Delta t$=3,5 мс.
2. Две гладкие замкнутые металлические шины, расстояние между которыми равно 12 см, со скользящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находятся в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,25 Тл, перпендикулярном плоскости контура. Перемычка массой 2 г скользит вниз с постоянной скоростью v = 0,2 м/с. Определите сопротивление перемычки, пренебрегая самоиндукцией контура и сопротивлением остальной части контура.
3. Соленоид без сердечника длиной l = 0,5 м и диаметром D =1,8 см содержит N =400 витков. Определите среднюю ЭДС самоиндукции в соленоиде, если сила тока в нем равномерно возрастает от $I_1$= 1 А до $I_2$= 3 А за время $\Delta t$= 0,1с.
4. Катушка без сердечника длиной 30 см содержит N = 400 витков. По катушке течет ток силой 1,3 А. Определите объемную плотность энергии магнитного поля внутри катушки.

5. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого провода радиусом $R = 10$ см течет ток силой 60 А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией $B = 0,8$ Тл, по направлению совпадающей с индукцией $B_1$, собственного магнитного поля кольца. Вычислите работу А внешних сил, которые, действуя на провод, деформировали его и придали ему форму квадрата. Сила тока при этом не изменялась. Работой против упругих сил пренебречь.

**Вариант № 3**

1. По катушке индуктивностью $L=6$ мкГн течет ток $I=3$ А. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, если сила тока изменяется практически до нуля за время $\Delta t=2$ мс.

2. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0,6$ Тл помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой $l = 10$ см. Определите ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $v=5$ м/с.

3. Определите, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром $d = 0,7$ мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром $D= 1,5$ см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью $L=0,25$ мГн?

4. Плоский контур, площадь которого S равна 220 см$^2$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,06$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям магнитной индукции. В контуре поддерживается постоянный ток $I= 4$ А. Определите работу внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

5. Индуктивность соленоида при длине 0,9 м и площади поперечного сечения $S=35$ см$^2$ равна $L= 0,9$ мГн. Определите силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 0,4 Дж/м$^3$.

**Вариант № 4**

1. Магнитный поток $\Phi=0,04$ мВб пронизывает замкнутый контур. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, если магнитный поток изменяется до нуля за время $\Delta t=4,2$ мс.

2. Две гладкие замкнутые металлические шины, расстояние между которыми равно 14 см, со скользящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находятся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,35$ Тл, перпендикулярном плоскости контура. Перемычка массой 3 г скользит вниз с постоянной скоростью $v = 0,5$ м/с. Определите сопротивление перемычки, пренебрегая самоиндукцией контура и сопротивлением остальной части контура.

3. Соленоид без сердечника длиной $l = 0,5$ м и диаметром $D =1,2$ см содержит $N =600$ витков. Определите среднюю ЭДС самоиндукции в соленоиде, если сила тока в нем равномерно возрастает от $I_1= 3$ А до $I_2= 5$ А за время $\Delta t=$ 0,25с.

4. Катушка без сердечника длиной 35 см содержит $N = 350$ витков. По катушке течет ток силой 1,0 А. Определите объемную плотность энергии магнитного поля внутри катушки.

5. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого провода радиусом $R = 24$

см течет ток силой 40 А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией B = 0,6 Тл, по направлению совпадающей с индукцией $B_1$, собственного магнитного поля кольца. Вычислите работу А внешних сил, которые, действуя на провод, деформировали его и придали ему форму квадрата. Сила тока при этом не изменялась. Работой против упругих сил пренебречь.

**Вариант № 5**

1. По катушке индуктивностью L = 7 мкГн течет ток I = 1 А. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, если сила тока изменяется практически до нуля за время $\Delta t$ = 2 мс.
2. В однородном магнитном поле с индукцией B=1,2 Тл помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой l = 16 см. Определите ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью v = 4 м/с.
3. Определите, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром d = 0,4 мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром D = 1,4 см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью L = 0,3 мГн?
4. Плоский контур, площадь которого S равна 200 см$^2$, находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,05 Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям магнитной индукции. В контуре поддерживается постоянный ток I = 7 А. Определите работу внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.
5. Индуктивность соленоида при длине 0,9 м и площади поперечного сечения S = 40 см$^2$ равна L = 0,8 мГн. Определите силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 0,8 Дж/м$^3$.

## Практическое занятие № 6

## Электромагнитные колебания

### 6.1 Основные вопросы теории

**Колебания -** движения (изменения состояния), характеризующиеся той или иной степенью повторяемости во времени.

**Колебательный контур -** электрическая цепь, в которой могут происходить колебания с частотой, определяемой параметрами самой цепи. Простейший колебательный контур содержит катушку индуктивности и конденсатор.

**Электромагнитные колебания** — колебания, возникающие в электрическом колебательном контуре. Характеризуются периодическими (или почти периодическими) изменениями заряда, тока, напряжения, электрического или магнитного полей.

**Затухание колебаний -** постепенное ослабление колебаний с течением времени, обусловленное потерями энергии колебательной системой. Затухание колебаний приводит к уменьшению амплитуды колебаний.

Период собственных колебаний:

$$T=2\pi\sqrt{LC}\text{(формула Томсона)},\quad T=\frac{2\pi}{\omega_0}$$

Циклическая частота собственных колебаний:

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Коэффициент затухания колебательного контура:

$$\delta=\frac{R}{2L}$$

Циклическая частота затухающих колебаний:

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$$

Период электромагнитных колебаний в реальном (R не равно 0) колебательном контуре:

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

**Логарифмический декремент затухания** – натуральный логарифм отношения амплитуд двух последовательных колебаний, соответствующих промежутку времени в один период:

$$\Theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

где $N_e$ – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в е раз.

**Время релаксации** затухающих колебаний – промежуток времени, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в е раз:

$$\tau = \frac{1}{\delta}$$

**Добротность колебательного контура -** величина, равная отношению амплитуды колебаний в системе при резонансе к амплитуде, вынуждающей ЭДС или напряжения:

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{N_e} = \frac{\omega}{2\delta} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических электромагнитных колебаний заряда в идеальном колебательном контуре:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

его решением является выражение:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad q = q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Дифференциальное уравнение свободных затухающих электромагнитных колебаний заряда в реальном колебательном контуре:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\delta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$$

его решением является выражение:

$$q = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad q = q_0 e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Формула расчета емкости конденсатора:

$$C = \frac{q}{U}$$

Формула расчета емкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

Индуктивность соленоида (катушки):

$$L = \mu\cdot\mu_0\left(\frac{N}{l}\right)^2 V$$

где $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м,

N – число витков катушки,

l – длина катушки.

Энергия электрического поля конденсатора в колебательном контуре:

$$W=\frac{CU^2}{2}=\frac{q^2}{2C}=\frac{qU}{2}$$

где $U = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, $q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

Энергия магнитного поля катушки индуктивности в колебательном контуре:

$$W_м = \frac{LI^2}{2}, \text{ где } I= I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Закон сохранения энергии для идеального колебательного контура:

$$W=W_э +W_м = = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = const$$

Длина волны:

$$\lambda = cT = \frac{c}{v}$$

**Методические указания**

1. Повторите теоретический материал по учебникам:

а) Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. - §140, §143, §146.

б) Дмитриева, В. Ф. Основы физики / В. Ф. Дмитриева, В. Л. Прокофьев. - М. : Высшая школа, 2001. - §130, §132, §136.

2. Запишите основные формулы и уравнения по теме занятия, уясните их содержание.

3. Запишите единицы измерения физических величин по теме занятия.

4. Нужно знать, что в колебательном контуре возникают свободные, затухающие и вынужденные электромагнитные колебания.

5. Нужно уметь для каждого вида колебаний в колебательном контуре:

а) без сопротивления;

б) с сопротивлением;

- написать дифференциальное уравнение; найти решение дифференциального уравнения; определить частоту колебаний, возникающих в контуре, и её связь с параметрами последнего.

6. Нужно знать фазовые соотношения между изменяющимся со временем зарядом, силой тока и напряжением на конденсаторе и резисторе (в случае затухающих колебаний).

7. Для свободных электромагнитных колебаний справедлив закон сохранения энергии, с помощью которого можно иногда определить искомые величины.

$$W=W_э+W_м = = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = const$$

Для определения параметров колебательного контура следует помнить, что:

а) при последовательном соединении конденсаторов общая емкость определяется по формуле:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + \ldots + 1/C_n$$

б) при параллельном соединении конденсаторов общая емкость равна:

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

в) при последовательном соединении катушек индуктивности общая индуктивность равна:

$$L = L_1 + L_2 + \ldots + L_n$$

г) при параллельном соединении катушек индуктивности общая индуктивность определяется по формуле:

$$1/L = 1/L_1 + 1/L_2 + \ldots + 1/L_n$$

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое колебания? колебательный контур?
2. Запишите формулы периода и циклической частоты свободных колебаний в контуре, не содержащем активного сопротивления.
3. Запишите формулы коэффициента затухания, циклической частоты и периода затухающих колебаний.
4. Дайте определение логарифмического декремента затухания, запишите формулы для его вычисления.
5. Дайте определение времени релаксации затухающих колебаний, запишите формулы для его вычисления.
6. Дайте определение добротности колебательного контура, запишите формулы для ее вычисления.
7. Запишите дифференциальное уравнение свободных гармонических электромагнитных колебаний заряда в идеальном колебательном контуре и укажите его решение.
8. Запишите дифференциальное уравнение свободных затухающих электромагнитных колебаний заряда в идеальном колебательном контуре и укажите его решение.
9. Какой закон справедлив для свободных электромагнитных колебаний, запишите его?

### 6.2 Примеры решения задач

**Пример 6.1:**

Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид u = 60 cos $10^3$лt,B. Емкость конденсатора C = 0,18 мкФ. Найти период T колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем t силы тока I в цепи и длину волны λ, соответствующую этому контуру.

**Дано:**

u = 60 cos $10^3$ лt, B

C = 0,18 $\cdot 10^{-6}$Ф

**Найти:** T, L, λ, i = I(t)

**Решение:**

Запишем уравнение для напряжения в общем виде

$$u = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

и сравним с заданным u = 60 cos $10^3$ лt, B

Из сравнения находим $\omega_0 = 10^3$ л, $c^{-1}$ и $U_0$ = 60B

Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$,

получаем $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{10^3\,\pi} = 2$ мс

По формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$ отсюда

$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{(2\cdot 10^{-3})^2}{4\cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}18\cdot 10^{-6}} = 0{,}563$ Гн

Закон изменения со временем тока в цепи:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{cdu}{dt} = c\,\omega_0 U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$I = -\,0{,}18\cdot 10^{-6}\cdot 10^3\cdot 3{,}14\cdot 60\cdot \sin 10^3\pi t = 33{,}9 \sin 10^3\pi t$, мА

Длина волны, соответствующая контуру

$\lambda = cT = 3\cdot 10^8 \cdot 2\cdot 10^{-3} = 6\cdot 10^5$ м

**Ответ:** T=2 мс; L= 0,563 Гн; $I = 33{,}9 \sin 10^3\pi t$, мА; $\lambda = 6*10^5$ м

**Пример 6.2:**

Максимальная сила тока в колебательном контуре 0,2 А, а максимальное напряжение на обкладках конденсатора 220 В. Найдите циклическую частоту колебаний, если энергия контура 0,4 мДж

**Дано:**

$I_m$ =0,2 A

$U_m$ = 220 B

$W_m$ =0,4 мДж

**Найти:** ω

**Решение:**

Максимальная энергия магнитного поля определяется по формуле

$$W_m = \frac{LI_m^2}{2}$$

Выразим из данной формулы индуктивность катушки

$$L = \frac{2W_m}{I_m^2}$$

Максимальная энергия электрического поля определяется по формуле

$$W_m = \frac{CU_m^2}{2}$$

Выразим из данной формулы электроемкость конденсатора

$$C = \frac{2W_m}{U_m^2}$$

Циклическая частота колебаний определяется по формуле

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Подставим формулы индуктивности и емкости в данное выражение и вычислим частоту

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\frac{2W_m}{I_m^2}\frac{2W_m}{U_m^2}}} = \frac{I_m U_m}{2W_m} = 55\cdot 10^{3} c^{-1}.$$

**Ответ: $\omega = 55*10^{3} c^{-1}$.**

**Пример 6.3:**

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C = 8 мкФ и катушки с индуктивностью L = 0,25 Гн и сопротивлением R=40 Ом. Обкладкам конденсатора сообщается заряд q = 0,64 мКл. Найти период T колебаний контура и логарифмический декремент затухания колебаний θ. Написать уравнение изменения со временем t разности потенциалов U на обкладках конденсатора.

**Дано:**

$C = 8 \cdot 1O^{-6}$ Ф

L = 0, 25 Гн

R = 40 Ом

$q = 0{,}64\ 10^{-3}$ Кл

**Найти:** T, θ, u=U(t).

**Решение:**

Определим период затухающих электромагнитных колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2}} = \frac{2\cdot 3{,}14}{\sqrt{\frac{1}{0{,}25\cdot 8\cdot 10^{-6}} - (\frac{40}{2\cdot 0{,}25})^2}} = 8{,}94 \text{ мс}$$

Вычислим логарифмический декремент затухания:

$$\Theta = \delta T = = \frac{R}{2L}T = \frac{40\cdot 8{,}94\cdot 10^{-3}}{2\cdot 0{,}25} = 0{,}72$$

Разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется со временем по закону:

$$U = U_0 e^{-\delta t}\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $\delta = \frac{R}{2L} = \frac{40}{2\cdot 0{,}25} = 80$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8{,}94\cdot 10^{-3}} = 223{,}7\pi$

$U_m = \frac{q_m}{C} = \frac{0{,}64\cdot 10^{-3}}{8\cdot 10^{-6}} = 80$ В

Отсюда получаем $U = 80e^{-80t}\cos 223{,}7\pi$, В.

**Ответы:** T = 8,94 мс; θ = 0,72; $U = 80e^{-80t}\cos 223{,}7\pi$, В.

**Пример 6.4:**

Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами площадью S = 80 см$^2$ каждая и катушки с индуктивностью L = 1, 2 мГн резонирует на волну длиной λ = 25 м. Определите расстояние между пластинами конденсатора.

**Дано:**

L = 1, 2 мГн

S = 80 см$^2$

λ = 25 м.

**Найти:** T, θ, u=U(t).

**Решение:**

Емкость плоского воздушного конденсатора:

$$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \qquad (1)$$

где $\varepsilon_0$ диэлектрическая постоянная; d расстояние между пластинами; S площадь каждой пластины конденсатора.

Период электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из емкости C и индуктивности L, определяется формулой Томсона:

$$T=2\pi\sqrt{LC} \qquad (2)$$

где L индуктивность катушки.

Из (2):

$$C=\frac{T^2}{4\pi^2 L} \qquad (3)$$

Длина волны, на которую резонирует контур:

$$\lambda = cT \qquad (4)$$

где c - скорость света в вакууме.

Из (4):

$$T = \frac{\lambda}{c} \qquad (5)$$

Подставим (5) в (3):

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 L c^2} \qquad (6)$$

Приравниваем (1) и (6):

$$\frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 L c^2} \qquad (7)$$

Из (7) расстояние между пластинами конденсатора:

$$d = \frac{4\pi^2 L c^2 \varepsilon_0 S}{\lambda^2} \qquad (8)$$

Произведем вычисления:

$$d = \frac{4\pi^2 \cdot 1{,}2\cdot 10^{-6}\cdot (3\cdot 10^8 \cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 80\cdot 10^{-4}}{25^2} = 4{,}8\cdot 10^{-4} \text{ м}$$

**Ответ:** $d = 4{,}8\cdot 10^{-4}$ *м.*

### 6.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Разность потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону, $u = 90 \cos 10^4 \pi t$, В. Емкость конденсатора 0,8 мкФ. Найдите период собственных колебаний и индуктивность контура.

2. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид $i = 0{,}05 \sin 200\pi t$, А. Емкость контура равна 8 мкФ. Найдите частоту $\nu$ колебаний и индуктивность L контура.

3. Ток в колебательном контуре изменяется согласно уравнению $i = -0{,}01 \sin 600\pi t$, А. Индуктивность контура 1,2 Гн. Найдите период собственных колебаний и максимальную энергию магнитною поля в катушке контура.

4. Катушка индуктивностью 140 мкГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин, диаметром 10 см каждая, соединены параллельно. Расстояние между пластинами 0,5 см. Найдите период собственных колебаний в этом колебательном контуре.

5. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре в зависимости от времени по закону $u = 120 \cos 10^4 \pi t$, В. Емкость конденсатора $C = 4 \cdot 10^{-7}$Ф. Найдите: а) период колебаний; б) индуктивность контура; в) закон изменения тока в контуре.

6. Ток в колебательном контуре меняется по закону $i = -0{,}01 \sin 500\pi t$, А. Индуктивность контура L = 0,9 Гн. Найдите: а) период колебаний; б) емкость контура; в) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора; г) максимальную энергию магнитного поля; д) максимальную энергию электрического поля.

7. Чему равно отношение энергии магнитного поля в катушке колебательного контура к энергии электрического поля в конденсаторе того же колебательного контура для момента времени $t = T/8$?

8. Колебательный контур содержит соленоид (длина $l$ = 6 см, площадью поперечного сечения $S_1$ = 1,8 см$^2$, число витков N = 500) и плоский конденсатор (расстояние между пластинами d = 1,2 мм, площадь пластины $S_2$ = 90 см$^2$). Определить частоту $\omega_0$ собственных колебаний контура.

9. Контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 10^{-4}$ Гн, резистора сопротивлением R = 12 Ом и конденсатора емкостью C = 0,005 мкФ. Найдите: логарифмический декремент затухания колебаний в контуре.

10. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью C = 5 мкФ и катушки, индуктивность которой L = 0,4 Гн и сопротивление R = 20 Ом. Конденсатору сообщают заряд $q = 4{,}2 \cdot 10^{-4}$ Кл. Найдите: а) период колебаний, возникающий в контуре; б) логарифмический декремент затухания колебаний; в) закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени.

11. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью C = 0,25 мкФ и катушки с индуктивностью $L = 5{,}1 \cdot 10^{-3}$ Гн. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора через $10^{-3}$ с уменьшится в 2 раза? Чему при этом равно сопротивление контура?

12. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний в контуре, если L = 0,15 Гн, C = 0,5 мкФ и R = 1,8 Ом?

13. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2{,}4\cdot10^{-9}$ Ф и однослойной катушки (без сердечника), намотанной из медной проволоки диаметром d = 0,8 мм. Длина катушки $l$ = 24 см, диаметр катушки D = 5 см. Найдите логарифмический декремент затухания колебаний.

14. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки с индуктивностью $L = 4\cdot10^{-6}$ Г и конденсатора с емкостью $C = 14\cdot10^{-9}$ Ф, равно $U_m$ = 1,5 В. Активное сопротивление контура мало. Определите: а) действующее значение тока в контуре; б) максимальное значение магнитного потока в катушке, если число витков N = 30.

15. Батарея, состоящая из двух конденсаторов, с емкостью по 1,5 мкФ каждый, разряжается через катушку (L = 1,2 мГн, R = 40 Ом). Возникнут ли при этом колебания, если конденсаторы соединены: а) параллельно; б) последовательно.

### 6.4 Домашняя работа № 6

**Вариант № 1**

1. Определить индуктивность катушки в колебательном контуре с емкостью конденсатора $4\cdot10^{-7}$Ф, если период колебаний $8\cdot10^{-5}$с.

2. Ток в контуре изменяется по закону i= 0,02 sin400π t. Индуктивность контура 1,1 Гн. Найдите а) период колебаний б) электроемкость конденсатора, в) максимальную энергию магнитного поля д) максимальную энергию электрического поля.

3. Максимальная сила тока в колебательном контуре 0,1 А, а максимальное напряжение на обкладках конденсатора 120 В. Найдите циклическую частоту колебаний, если энергия контура 0,2 мДж.

4. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2{,}4\cdot10^{-9}$ Ф и однослойной катушки (без сердечника), намотанной из медной проволоки диаметром d = 0,8 мм. Длина катушки $l$ = 24 см, диаметр катушки D = 5 см. Найдите логарифмический декремент затухания колебаний.

5. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 0,25 мГн и конденсатора площадью пластин 140 см$^2$, расстояние между которыми d = 1,2 мм. Зная. Что контур резонирует на длину волны λ= 600 м, определите диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами конденсатора.

**Вариант № 2**

1. Определить емкость конденсатора в колебательном контуре с индуктивностью 0,04 Гн, если период колебаний $10^{-4}$с.

2. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону u=30 cos$10^3$πt(В). Емкость конденсатора С= 0,3мкФ. Найдите: а) период колебаний б) индуктивность контура, в) закон изменения тока в контуре, г) длину волны, соответствующую этому контуру.

3. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами площадью S=70 см$^2$ каждая и катушки с индуктивностью 0,9 мкГн, резонирует на волну длиной λ = 20 м. Определите расстояние между пластинами конденсатора.

4. Контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 1{,}5\cdot10^{-4}$ Гн, резистора сопротивлением $R = 9$ Ом и конденсатора емкостью $C = 0{,}008$ мкФ. Найдите: а) логарифмический декремент затухания колебаний в контуре.

5. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 1,8 мГн и конденсатора емкостью С= 50 нФ. Определите максимальное напряжение на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока в колебательном контуре равна 0,9 А. Сопротивлением контура пренебречь.

**Вариант № 3**

1. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $u=50\cos10^4\pi t$. Емкость конденсатора С= 1мкФ. Найдите: а) период колебаний б) индуктивность контура.

2. Определить емкость конденсатора в колебательном контуре с индуктивностью 0,5 Гн, если период колебаний $2\cdot10^{-4}$с.

3. Колебательный контур, состоит из катушки с индуктивностью 0,41 Гн и сопротивлением 40 Ом и конденсатора емкостью С=5 мкФ. Обкладкам конденсатора сообщается заряд 0,35 мКл. Определите период колебаний контура, логарифмический декремент затухания колебаний. Написать уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора.

4. Определите добротность колебательного контура, состоящего из катушки индуктивностью 4 мкГн, резистора с сопротивлением 1,1 Ом и конденсатора емкостью С=0,3 мкФ.

5. Электрический заряд на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $q = 0{,}5\cos(8\pi t + \pi/6)$. Определите: циклическую частоту, частоту, период и начальную фазу колебаний заряда, амплитуду силы тока в контуре.

**Вариант № 4**

1. Определить индуктивность катушки в колебательном контуре с емкостью конденсатора $1{,}2\cdot10^{-7}$Ф, если период колебаний $5\cdot10^{-5}$с.

2. Ток в контуре изменяется по закону $i= 0{,}05\sin500\pi t$. Индуктивность контура 1,3 Гн. Найдите а) период колебаний б) электроемкость конденсатора в) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора.

3. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид $u = 120\cos10^4\pi t$,В. Емкость конденсатора С = 0,22 мкФ. Найти период Т колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем t силы тока I в цепи и длину волны $\lambda$, соответствующую этому контуру.

4. Колебательный контур, состоит из катушки с индуктивностью $2{,}4\cdot10^{-5}$ Гн и сопротивлением 8 Ом и конденсатора емкостью $C= 4{,}2\cdot10^{-9}$ Ф. Определите логарифмический декремент затухания колебаний в контуре.

5. Колебательный контур содержит соленоид (длина $l = 5$ см, площадью поперечного сечения $S_1 = 1{,}5$ см$^2$, число витков $N = 400$) и плоский конденсатор (расстояние между пластинами $d = 1{,}4$ мм, площадь пластины $S_2 = 95$ см$^2$). Определить частоту $\omega_0$ собственных колебаний контура.

**Вариант № 5**

1. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $u=40\cos10^4\pi t$. Емкость конденсатора С= 2,5 мкФ. Найдите: а)

период колебаний б) индуктивность контура.

2. Катушка индуктивности 1 мкГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром 20 см каждая, соединены параллельно. Расстояние между пластинами 1 см. Найдите период собственных колебаний контура.

3. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С = 6,8 мкФ и катушки с индуктивностью L = 0,4 Гн и сопротивлением R=22 Ом. Обкладкам конденсатора сообщается заряд q = 0,4 мКл. Найти период Т колебаний контура и логарифмический декремент затухания колебаний θ. Написать уравнение изменения со временем t разности потенциалов U на обкладках конденсатора.

4. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки с индуктивностью $3\cdot10^{-6}$Гн и конденсатора емкостью С= $6\cdot10^{-9}$ Ф равно 2,5 В. Активное сопротивление контура мало. Определите: а) действующее значение тока в контуре, б) максимальное значение магнитного потока в катушке, если число витков N=52.

5. Частота свободных незатухающих электромагнитных колебаний в контуре, содержащем катушку индуктивностью L = 0,8 Гн, составляет 60 Гц. Запишите для данного контура уравнение изменения заряда на обкладках конденсатора в зависимости от времени, если максимальная энергия магнитного поля в катушке составляет 5 мкДж.

**Практическое занятие № 7**

**Законы равновесного теплового излучения**

**7.1 Основные вопросы теории**

**Тепловое излучение** - электромагнитное излучение, испускаемое за счет внутренней энергии веществом, находящимся при определенной температуре.

**Абсолютно черное тело -** тело, которое при любой температуре полностью поглощает все падающее на него электромагнитное излучение независимо от спектрального состава и температуры. Излучение абсолютно черного тела определяется только его абсолютной температурой и температурой и не зависит от свойств вещества, из которого оно состоит.

**Поток излучения -** это физическая величина, равная отношению энергии излучения, ко времени. За которое оно произошло

$$\Phi = \frac{W}{t}$$

**Энергетическая светимость тела -** это физическая величина, равная отношению потока излучения, испускаемого телом к площади поверхности излучателя.

$$R_e = \frac{\Phi}{S}$$

поток энергии излучения нагретого тела равен произведению энергетической светимости тела на площадь его поверхности:

$$\Phi = R_e S$$

**Закон Стефана – Больцмана**: Энергетическая светимость поверхности абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:

$$R_e = \sigma T^4$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2$ $\cdot$К$^4$ ) - постоянная Стефана - Больцмана.

**Закон смещения Вина:** В спектре излучения абсолютно черного тела длина волны $\lambda_{max}$, на которую приходится максимум энергии излучения, обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

где $b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м · К — постоянная закона смещения Вина.

**Второй закон Вина:** Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости $r_\lambda$ абсолютно черного тела пропорционально пятой степени абсолютной температуры

$$r_\lambda = CT^5,$$
где $C=1{,}30\cdot 10^{-5}$ Вт/м$^3\cdot$К$^5$ - постоянная в формуле второго закона Вина.

**Поток энергии излучения нагретого тела** равен произведению энергетической светимости тела на площадь его поверхности:

$$\Phi = R_e S$$

Энергетическая светимость поверхности серого тела определяется выражением:

$$R_{ec} = \alpha R_e$$
где $a$ - степень черноты тела, поглощательная способность тела (для абсолютно черного тела $\alpha = 1$; для отражающих тел $\alpha = 0$; для остальных тел $0 < a < 1$); $R_e$- энергетическая светимость поверхности абсолютно черного тела.

Формула Планка выражает закон распределения по длинам волн спектральной плотности энергетической светимости $r_\lambda$ абсолютно черного тела, нагретого до абсолютной температуры Т:

$$r_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$
где $k = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с - постоянная Планка;

$c = 3\cdot 10^8$ м/с - скорость света в вакууме;

$e = 2{,}71$ - основание натуральных логарифмов;

$k = 1{,}38\ 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана.

Для упрощенных числовых расчетов формулу Планка представляют в виде:

$$r_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5}\frac{1}{e^{C_2/\lambda T}-1}$$
где $C_1 = 2\pi hc^2 = 3{,}74\cdot 10^{-16}$ Вт $\cdot$ м$^2$;

$C_2 = hc/k = 1{,}44\ 10^{-2}$ м$\cdot$К.

**Полная поглощательная способность А тела** - это отношение лучистой энергии, поглощаемой телом, ко всей падающей на него лучистой энергии:

$$A = \frac{W_{\text{погл}}}{W_{\text{пад}}}$$

**Спектральная поглощательная способность $A_{у,т}$ тела -** это физическая величина, показывающая, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на него электромагнитными волнами с частотами от $v$ до $v + \Delta v$, поглощается телом:

$$A_{у,т} = \frac{W_{v,T}^{\text{погл}}}{W_{v,T}^{\text{пад}}}$$

**Методические указания**

1. Повторите теоретический материал по учебникам:

а) Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. - §197-§200.

б) Дмитриева, В. Ф. Основы физики / В. Ф. Дмитриева, В. Л. Прокофьев. - М.: Высшая школа, 2001. - § 172-§ 175.

2. Запишите основные формулы и уравнения по теме занятия, уясните их содержание.

3. Запишите единицы измерения физических величин по теме занятия.

4. Следует хорошо уяснить основные понятия и характеристики теплового излучения:

а) абсолютно черное тело; серое тело;

б) интегральная энергетическая светимость тела;

в) спектральная плотность энергетической светимости (излучательность) тела; I

г)полная поглощательная способность тела;

д) спектральная поглощательная способность тела;

е) коэффициент поглощения (степень черноты тела);

ж) поток лучистой энергии.

5. При решении задач на эту тему следует обратить внимание на то, об излучении какого тела идет речь: абсолютно черного или нечерного (серого). Для нечерного (серого) тела энергетическая светимость определяется по формуле:

$R_{эст} = \alpha \cdot R_{эачт}$, где а - коэффициент поглощения, степень черноты тела.

6. Необходимо усвоить четыре закона теплового излучения (закон Кирхгофа, закон Стефана - Больцмана, закон смещения Вина, второй закон Вина) и уметь применять их при решении задач.

**Контрольные вопросы:**

1.Дайте определение теплового излучения, абсолютно черного тела.

2.Чем отличается серое тело от черного?

3.Сформулируйте закон Стефана – Больцмана.

4. Дайте определение энергетической светимости, интегральная излучаемости тела.

5. Дайте определение спектральной плотности энергетической светимости, потока энергии излучения нагретого тела.

6. Сформулируйте закон Вина, второй закон Вина.

7. Поясните понятие коэффициента поглощения (степень черноты тела).

8. Дайте определение полной поглощательной способности тела, спектральной поглощательной способности тела.

## 7.2 Примеры решения задач

**Пример 7.1**

Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны $\lambda_m$ =550 нм.

Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: а) энергетическую светимость Солнца; б) поток энергии, излучаемой Солнцем; в) массу электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за одну секунду.

**Дано:**

$t = 1$ с

$\lambda_m = 550$ нм $= 550 \cdot 10^{-9}$ м

**Найти:** $R_e$, Ф, W, m.

**Решение:**

Абсолютную температуру Солнца определим по закону смещения Вина

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

где $b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м·К — постоянная закона смещения Вина.

отсюда $T = \frac{b}{\lambda_{max}} = \frac{2{,}9*10^{-3}}{550*10^{-9}} = 5273$ К

По закону Стефана - Больцмана вычислим $R_г$ Солнца, считая его абсолютно черным телом:

$R_e = \sigma T^4 = 5{,}67\ 10^{-8} \cdot (5273)^4 = 43{,}8 \cdot 10^6$ Вт/м$^2$ $= 43{,}8$ МВ/м$^2$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м$^2$ · К$^4$ - постоянная Стефана - Больцмана

Поток энергии Ф, излучаемый Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь S его поверхности:

$$Ф = R_e S = R_e 4\pi R^2_c$$

где $R_c = 6{,}96 \cdot 10^8$ м - радиус Солнца

$Ф = 43{,}8 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot (6{,}96 \cdot 10^8)^2 = 2{,}7 \cdot 10^{26}$ Вт

Энергия электромагнитных волн, излученных за время t, равна:

$W = Фt = 2{,}7 \cdot 10^{26} \cdot 1 = = 2{,}7 \cdot 10^{26}$ Дж

Массу электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за 1 с определим по закону пропорциональности массы и энергии

$$W = mc^2 \text{ или}$$

$m = \frac{W}{c^2} = \frac{2{,}7 \cdot 10^{26}}{9 \cdot 10^{16}} = 3 \cdot 10^9$ кг

**Ответы:** $R_e$ = 43,8 МВт/м$^2$; Ф = $2{,}7 \cdot 10^{26}$ Вт; W = $2{,}7 \cdot 10^{26}$ Дж, m = $3 \cdot 10^9$ кг

**Пример 7.2:**

Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью 28 см$^2$ равна 1,4 кК. Принимая, что отверстие печи излучает черное тело, определите, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая печью мощность составляет 1,7 кВт.

**Дано:**

$S = 28 \cdot 10^{-4}$ м$^2$

$T = 1{,}4 \cdot 10^3$ К

$P = 1{,}7 \cdot 10^3$ Вт

**Найти:** Ррас/Р

**Решение:**

Считая муфельную печь абсолютно черным телом, определим мощность, излучаемую внутренней поверхностью, через открытое отверстие:

$$Ризл = R_e S = \sigma T^4 S$$

Мощность, рассеивания стенками печи, равна:

$Ррас = P – Ризл = P – \sigma T^4 S$

Часть мощности излучения, рассеиваемая стенками печи, определяется из выражения:

$$\frac{Ррас}{P} = \frac{P-Ризл}{P} = 1-\frac{Ризл}{P} = 1 - \frac{S\sigma T^4}{P} = 1 - \frac{28\cdot10^{-4}\cdot5{,}67\cdot10^{-8}\cdot3{,}84\cdot10^{12}}{1{,}7\cdot10^3} = 0{,}641$$

**Ответ:** Ррас/Р = 0,641.

**Пример 7.3:**

Считая, что тепловые потери обусловлены только излучением, определите, какую мощность необходимо подводить к медному шарику диаметром d = 1,5 см, чтобы при температуре окружающей среды $t_0$ = -15 °С поддерживать его температуру равной t = 20°С. Примите поглощательную способность меди $A_т$= 0,7.

**Дано:**

$d = 1{,}5\cdot 10^{-2}$ м

$t_0$ = 258 К

t = 293 К

Ат = α= 0,7

**Найти: Р**

**Решение:**

Излучаемая нагретым шариком мощность равна:

$$Ризл= A_т\, \sigma\, T^4\, S$$

Поглощаемая шариком из окружающей среды мощность равна:

$$Рпогл= A_т\, \sigma\, T^4_0\, S$$

Здесь $S=4\pi r^2 = 4\pi(\frac{d}{2})^2 = \pi d^2$ - площадь поверхности шарика.

Мощность, которую необходимо подводить к шарику, определим из выражения:

$$P = Ризл-Рпогл = A_т(\sigma T^4 S- \sigma T^4_0 S)= A_т\, \sigma\, S(T^4 - T^4_0)=$$
$$= 0{,}7 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 3{,}14 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (293^4 - 258^4) = 823 \cdot10^{-3}\ Вт = 0{,}823\ Вт\ .$$

**Ответ:** Р = 0,823 Вт.

**Пример 7.4:**

Используя формулу Планка, определите спектральную плотность потока излучения единицы поверхности черного тела, приходящегося на узкий интервал длин волн Δλ = 3 нм около максимума спектральной плотности энергетической светимости, если температура черного тела Т = 2200 К.

**Дано:**

$\Delta\lambda = 3\cdot10^{-9}$м

Т = 2200 К

**Найти: :** $r_{\lambda,\ T(\Delta\lambda)}$

**Решение:**

По формуле Планка

$$r_{\lambda,T}=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}=\frac{C_1}{\lambda^5}\frac{1}{(e^{\frac{C2}{\lambda T}}-1)}$$

Длина волны λ при температуре Т для максимума спектральной плотности энергетической светимости определим по закону смещения Вина:

$$\lambda_{max}= \frac{b}{T} = \frac{2{,}9\cdot10^{-3}}{2200} = 1{,}32\cdot10^{-6}м$$

Рассчитаем необходимую величину:

$$r_{\lambda,T(\Delta\lambda)} = \frac{3{,}74\cdot10^{-16}}{(1{,}32\cdot10^{-6})^{-5}} \cdot \frac{3\cdot10^{-9}}{e^{1{,}44\cdot10^{-2}/(1{,}32\cdot10^{-6}2200)}-1} = 0{,}0201\cdot10^{5}\ \text{Вт/м}^2 = 2{,}01\ \text{кВт/м}^2$$

**Ответ:** $r_{\lambda,T(\Delta\lambda)} = 2{,}01$ кВт/м$^2$

### 7.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Определите, как и во сколько раз изменится мощность излучения черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной плотности энергетической светимости, светилась с $\lambda_1$= 680 нм до $\lambda_2$ = 340 нм.

2. Металлическая поверхность площадью S = 18 см$^2$, нагретая до температуры Т = 3,4 кК, излучает в одну минуту 120 кДж. Определите: 1) энергию, излучаемую этой поверхностью, считая ее черной; 2) отношение энергетических светимостей этой поверхности и черного тела при данной температуре.

3.Черное тело находится при температуре $T_1$ = 2800 К. При остывании тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda$ = 6 мкм. Определите температуру $T_2$, до которой тело охладилось.

4. Определите, во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость ослабилась в 12 раз.

5. Энергия излучения Солнца, падающая за пределами атмосферы Земли на 1м$^2$ поверхности, перпендикулярной солнечным лучам, за 1с (солнечная постоянная) равна 1,2·10$^3$Дж. Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, определите: а) температуру поверхности Солнца; б) длину волны, соответствующую максимуму излучения Солнца. Расстояние от Земли до Солнца 15·10$^{10}$м. Радиус Солнца 6,96·10$^8$м.

6. Мощность потока энергии, излучаемой из смотрового окошка мартеновской печи, Р = 2,26 кВт. Площадь смотрового окошка S= 6 см$^2$. Определите температуру печи.

7. Нагретая до 2600 К поверхность площадью 14 см$^2$ излучает в 1с 5,5·10$^2$ Дж энергии. Чему равен коэффициент поглощения поверхности?

8. Площадь поверхности вольфрамовой нити накала 36-ваттной вакуумной лампы S = 0,42 см$^2$. Температура накала Т = 2140 К. Во сколько раз эта лампа излучает меньше энергии, чем абсолютно черное тело при тех же значениях поверхности и температуры? Каков коэффициент поглощения вольфрама при этой температуре?

9. Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током $I_1$ = 0,9 А до температуры $T_1$= 1100К. Какое значение должен иметь ток $1_2$, чтобы температура нити была $T_2$ = 3000 К? Потерями энергии вследствие теплопроводности и изменениями линейных параметров нити пренебречь

10. Мощность излучения абсолютно черного тела Р = 1,6·10$^5$ Вт. Чему равна площадь излучаемой поверхности тела, если длина волны, на которую приходится максимум излучения, $\lambda_{max}$ = 6·10$^{-7}$м?

11. Вследствие изменения температуры тела максимум его спектральной энергетической светимости переместился с $\lambda_1$ =2,8 мкм до $\lambda_2$ = 0,14 мкм. Тело

абсолютно черное. Во сколько раз изменилась: а) температура тела; б) интегральная энергетическая светимость?

12. Максимальная спектральная светимость абсолютно черного тела $r_{\lambda,Tmax}$= $3,88\cdot10^{11}$ Вт/м’$^2$. На какую длину волны она приходится?

13. Вычислите спектральную энергетическую светимость черного тела, нагретого до температуры Т = 2650 К для длины волны $\lambda$= 450 нм.

14. Принимая положительный кратер электрической дуги за абсолютно черное тело, определите отношение мощности излучения в диапазоне длин волн от $\lambda_1$ =640 нм до $\lambda_2$ = 650 нм к полной мощности излучения. Температура кратера дуги Т = 4300 К.

15. Сколько фотонов за 1с будет испускать 1см$^2$ поверхности абсолютно черного тела, нагретого до Т = 2200 К, если среднюю энергию кванта излучения считать равной 2,5 kT, где k - постоянная Больцмана?

### 7.4 Домашняя работа № 7

**Вариант № 1**

1. Определите температуру тела, при которой оно при температуре окружающей

среды $t_0$= 30$^0$С излучало энергии в 9 раз больше, чем поглощало.

2. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны $\lambda_m$ =580 нм. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: а) энергетическую светимость Солнца; б) поток энергии, излучаемой Солнцем; в) массу электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за одну секунду.

3. Определите, как и во сколько раз изменится мощность излучения черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной плотности энергетической светимости, светилась с $\lambda_1$= 660 нм до$_2$ = 320 нм.

4. Нагретая до 2900 К поверхность площадью 9 см$^2$ излучает в 1с $6,5\cdot10^2$ Дж энергии. Чему равен коэффициент поглощения поверхности?

5. Максимальная спектральная светимость абсолютно черного тела $r_{\lambda,Tmax}$= $3,65\cdot10^{11}$ Вт/м’$^2$. На какую длину волны она приходится?

**Вариант № 2**

1. Считая сталь черным телом, определите мощность, необходимую для поддержания температуры расплавленной стали 1400$^0$С неизменной, если площадь его поверхности равна 4 см$^2$. Потерями энергии пренебречь.

2. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью 22 см$^2$ равна 1,1 кК. Принимая, что отверстие печи излучает черное тело, определите, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая печью мощность составляет 1,25 кВт.

3. Металлическая поверхность площадью S = 16 см$^2$, нагретая до температуры Т = 3,45 кК, излучает в одну минуту 130 кДж. Определите: 1) энергию, излучаемую этой поверхностью, считая ее черной; 2) отношение энергетических светимостей этой поверхности и черного тела при данной температуре.

4. Площадь поверхности вольфрамовой нити накала 36-ваттной вакуумной лампы S = 0,46 см$^2$. Температура накала Т = 2220 К. Во сколько раз эта лампа из-

лучает меньше энергии, чем абсолютно черное тело при тех же значениях поверхности и температуры? Каков коэффициент поглощения вольфрама при этой температуре?

5. Сколько фотонов за 1с будет испускать 1см$^2$ поверхности абсолютно черного тела, нагретого до Т = 2600 К, если среднюю энергию кванта излучения считать равной 2,9 kT, где k - постоянная Больцмана?

**Вариант № 3**

1. Определите температуру тела, при которой оно при температуре окружающей среды $t_0$= 26$^0$С излучало энергии в 8 раз больше, чем поглощало.

2. Считая, что тепловые потери обусловлены только излучением, определите, какую мощность необходимо подводить к медному шарику диаметром d = 1,2 см, чтобы при температуре окружающей среды $t_0$ = -21 °С поддерживать его температуру равной t = 8°С. Примите поглощательную способность меди $A_т$= 0,65.

3. Черное тело находится при температуре $T_1$ = 2850 К. При остывании тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda$ = 6,5 мкм. Определите температуру $T_2$, до которой тело охладилось.

4. Нагретая до 2420 К поверхность площадью 13 см$^2$ излучает в 1с 4,5·10$^2$ Дж энергии. Чему равен коэффициент поглощения поверхности?

5. Максимальная спектральная светимость абсолютно черного тела $r_{\lambda,Tmax}$= 3,75·10$^{11}$ Вт/м’$^2$. На какую длину волны она приходится?

**Вариант № 4**

1. Считая медь черным телом, определите мощность, необходимую для поддержания температуры расплавленной меди 1083$^0$С неизменной, если площадь его поверхности равна 5,2 см$^2$. Потерями энергии пренебречь.

2. Используя формулу Планка, определите спектральную плотность потока излучения единицы поверхности черного тела, приходящегося на узкий интервал длин волн $\Delta\lambda$ = 3,2 нм около максимума спектральной плотности энергетической светимости, если температура черного тела Т = 2250 К.

3. Энергия излучения Солнца, падающая за пределами атмосферы Земли на 1м$^2$ поверхности, перпендикулярной солнечным лучам, за 1с (солнечная постоянная) равна 1,35·10$^3$Дж. Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, определите: а) температуру поверхности Солнца; б) длину волны, соответствующую максимуму излучения Солнца. Расстояние от Земли до Солнца 15·10$^{10}$м. Радиус Солнца 6,96·10$^8$м.

4. Мощность излучения абсолютно черного тела Р = 1,62·10$^5$ Вт. Чему равна площадь излучаемой поверхности тела, если длина волны, на которую приходится максимум излучения, $\lambda_{max}$ = 6,2·10 $^{-7}$м?

5. Площадь поверхности вольфрамовой нити накала 36-ваттной вакуумной лампы S = 0,28 см$^2$. Температура накала Т = 2250 К. Во сколько раз эта лампа излучает меньше энергии, чем абсолютно черное тело при тех же значениях поверхности и температуры? Каков коэффициент поглощения вольфрама при этой температуре?

**Вариант № 5**

1. Определите температуру тела, при которой оно при температуре ок-

ружающей

среды $t_0$= $31^0$С излучало энергии в 4 раз больше, чем поглощало.

2. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью 18 $см^2$ равна 1,15 кК. Принимая, что отверстие печи излучает черное тело, определите, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая печью мощность составляет 1,25 кВт.

3. Мощность потока энергии, излучаемой из смотрового окошка мартеновской печи, Р = 2,24 кВт. Площадь смотрового окошка S= 7,5 $см^2$. Определите температуру печи.

4. Нагретая до 2680 К поверхность площадью 11 $см^2$ излучает в 1с $5{,}8 \cdot 10^2$ Дж энергии. Чему равен коэффициент поглощения поверхности?

5. Максимальная спектральная светимость абсолютно черного тела $r_{\lambda,Tmax}$= $3{,}58 \cdot 10^{11}$ Вт/м’$^2$. На какую длину волны она приходится?

*m*

**Практическое занятие № 8**

**Фотоэлектрический эффект**

## 8.1 Основные вопросы теории

**Фотон -** квант электромагнитного излучения (световой квант), нейтральная элементарная частица с нулевой массой покоя и спином, равным единице.

**Характеристики фотона:**

**1.Энергия фотона**:

$$E = h\nu = h\, c/\lambda,$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка,

$\upsilon$-частота электромагнитного излучения

**2.Масса фотона:**

Масса фотона определяется из соотношений

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \text{ и } E = m\cdot c^2,$$

приравняв их

$$m = h\cdot\nu/c^2 = h/\lambda c$$

Фотон не имеет массы покоя ($m_0 = 0$), так как он не может существовать в состоянии покоя.

**3.Скорость фотона:** $c = 3\cdot10^8$ м/с.

**4.Импульс фотона:**

$p = m\cdot c$, откуда следует, что

$P = h\cdot\nu/c = h/\lambda$.

**Внутренний фотоэффект** — это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению фотопроводимости (повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению э.д.с.

**Вентильный фотоэффект** (разновидность внутреннего фотоэффекта) — возникновение э.д.с. (фото-э.д.с.) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля).

**Внешний фотоэлектрический эффект (фотоэффект)** - испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация).

**Законы внешнего фотоэффекта:**

**I. Закон Столетова:** при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности $E_e$ катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой $\nu$.

III. Для каждого вещества существует *красная граница* фотоэффекта, т. е. минимальная частота $\nu_0$ света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

**Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:**

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода *A* из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии.

По закону сохранения энергии,

$$E= A+ E_к$$

**A - работа выхода электрона из металла-** наименьшая энергия, которую нужно затратить для вырывания электрона из твердого или жидкого тела в вакууме.

**$E_к = m_0v^2_{max}/2$** - максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона, вылетевшего из металла.

Если энергия фотона меньше 5 кэВ, то кинетическая энергия $E_к$ может быть определена по классической формуле:

$$E_к = m_0v^2_{max}/2$$

Если энергия фотона больше 5 кэВ, то для вычисления кинетической энергии $E_к$ следует воспользоваться релятивистской формулой:

$$E_к = (т-т_0)c^2 \text{ или } E_к = т_еc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} -1\right),$$

где $т_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг - масса покоя электрона;

$m_0c^2 = E_о= 0{,}511$ МэВ $=8{,}16\cdot10^{-14}$ Дж - энергия покоя электрона;

$\beta = \frac{v}{c}$ — скорость фотоэлектрона, выраженная в долях скорости света.

Связь максимальной кинетической энергии $E_к$ фотоэлектрона с задерживающей разностью потенциалов выражается формулой:

$$E_к = eU_0,$$

где $e = 1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл - заряд электрона,

$U_0$ –задерживающее напряжение, максимальное напряжение, при котором ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью $V_{max}$, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eU_o,$$

**Красная граница фотоэффекта** - максимальная длина волны (минимальная частота) излучения, при которой прекращается выход электронов с поверхности металла.

**А= h** $\boldsymbol{\nu_{кр}}$ **отсюда** $\boldsymbol{\nu_{кр}}$ **= A/h**

$A = h\frac{c}{\lambda_{кр}}$ **или** $\lambda = \frac{hc}{A}$

где А - работа выхода электрона из металла.

**Электрон-вольт** — внесистемная единица энергии, которую приобретает частица с зарядом, равным заряду электрона, при прохождении разности потенциалов в 1В (обозначение — 1 эВ; 1эВ $=1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж.).

**Методические указания**

1. Повторите теоретический материал по учебникам:

а) Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. - М. : Издательский центр «Академия», 2007. - §202-§205.

б) Дмитриева, В. Ф. Основы физики / В. Ф. Дмитриева, В. Л. Прокофьев. -М.: Высшая школа, 2001. - §177-§181.

2. Запишите основные формулы и уравнения по теме занятия, уясните их содержание.

3. Запишите единицы измерения физических величин по теме занятия.

4. В задачах следует учитывать, что согласно квантовой теории света фотоны обладают энергией, массой и импульсом.

5. Взаимодействие фотонов с отдельными электронами в металле подчиняется закону сохранения энергии – уравнению. Эйнштейна для фотоэффекта.

При решении задач следует учитывать, является ли рассматриваемая в задаче микрочастица (электрон) классической или релятивистской. Для этого сравнивают её скорость со скоростью света или кинетическую энергию $\mathbf{E_к}$

частицы с её энергией $E_o = m_0c^2$ покоя, если V «c или $\mathbf{E_к}$ « $E_0$, то частица является классической, если сравниваемые величины соизмеримы, то частица будет релятивистской.

6. Уравнение Эйнштейна в зависимости от энергии падающего на металл фотона тоже может иметь различный вид: либо с работой выхода электрона (при Е <0,5 кэВ), либо без работы выхода электрона (при Е > 0,5 кэВ).

7. Следует хорошо уяснить понятие красной границы фотоэффекта и её роль в определении работы выхода электрона из металла.

**Контрольные вопросы:**

1.Дайте определение фотона и перечислите его свойства.

2.Выведите формулу для определения массы фотона.

3.Дайте определение видам фотоэффекта.

4.Сформулируйте законы внешнего фотоэффекта и объясните их с точки зрения квантовой теории света.

5.Сформулируйте и поясните уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.

6.Укажите особенности применения уравнение Эйнштейна, если энергия фотона меньше 5 кэВ.

7.Укажите особенности применения уравнение Эйнштейна, если энергия фотона больше 5 кэВ.

8.Как связаны между собой максимальная кинетическая энергия $E_к$ фотоэлектрона и задерживающая разность потенциалов?

9.Что такое электрон-вольт?

10.Что такое красная граница фотоэффекта, как ее вычислить?

## 8.2 Примеры решения задач

**Пример 8.1:**

Определите энергию, массу и импульс фотона, которому соответствует длина волны 420 нм.

**Дано:**

$\lambda = 420 \cdot 10^{-9}$ м

**Найти: E, m, p.**

Решение:

1.Определим энергию фотона по формуле Планка:

$$E = h \cdot c/\lambda \quad (1).$$

Где: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка,

c – скорость света, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

$E = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{420 \cdot 10^{-9}} = 4{,}736 \cdot 10^{-19}$ Дж.

1 эВ – $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

E = 2,96 эВ.

2.Импульс фотона определим по формуле:

$$p = h/\lambda \quad (2).$$

$p = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{420 \cdot 10^{-9}} = 1{,}579 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с.

3.Определим массу фотона из формулы связи энергии с массой:

$$E = m \cdot c^2, \text{ откуда } m = E/c^2 \quad (3).$$

$m = \frac{4{,}736 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{16}} = 5{,}26 \cdot 10^{-36}$ кг

Ответ: $E = 4{,}736 \cdot 10^{-19}$ Дж, $p = 1{,}579 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с, $m = 5{,}26 \cdot 10^{-36}$ кг

**Пример 8.2:**

Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 650 нм. Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 550 нм.

**Дано:**
$\lambda к = 650 \cdot 10^{-9}$ м
$\lambda = 550 \cdot 10^{-9}$м
**Найти:**
A, Vmax.
**Решение:**
1. Определим работу выхода электронов из данного металла
$A = h\frac{c}{\lambda_{кр}} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3\cdot10^{8}}{550\cdot10^{-9}} = 3{,}616\cdot10^{-19}$Дж = 2,26 эВ
2. Согласно уравнению Эйнштейна: $E = A + E_к$,
где $E = \frac{hc}{\lambda}$, $A = h\frac{c}{\lambda_{кр}}$ и $E_к = m_0 v^2_{max}/2$
запишем уравнение с учетом выше написанных формул
$\frac{hc}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_{кр}} + m_0 v^2_{max}/2$ выразим из данного уравнения
$$V_{max} = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{кр}}\right)} = \sqrt{\frac{2\cdot6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{9{,}11\cdot10^{-31}}\left(\frac{1}{550\cdot10^{-9}} - \frac{1}{650\cdot10^{-9}}\right)} = 349{,}5 \text{ км/с}$$
**Ответы:** A = 2,26 эВ; V max= 349,5 км/с.

**Пример 8.3:**

На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda$ = 0,2 мкм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_{кр}$ = 0,45 мкм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии.

| Дано: | СИ: |
|---|---|
| $\lambda$ = 0,2 мкм | $0{,}2 \cdot 10^{-6}$ м |
| $\lambda_{кр}$ = 0,45 мкм | $0{,}45 \cdot 10^{-6}$ м |
| Найти: $\eta - ?$ | |

Решение:
Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:
$$E = A + E_к, \quad (1)$$
Энергия падающего фотона:
$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (2)$$
где h -постоянная Планка; c -скорость света в вакууме; $\lambda$ длина волны падающего излучения.
Работа выхода электронов:
$$A = h\frac{c}{\lambda_{кр}} \quad (3)$$
где фотоэффекта $\lambda_{кр}$
красная граница фотоэффекта.
Из (1) находим максимальную кинетическую энергию электронов, подставляя (2) и (3):
$$E_к = \frac{hc}{\lambda} - A = hc \cdot \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{кр}}\right) \quad (4)$$
Отношение энергий:

$\eta = \frac{E_к}{E} = \frac{hc*(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{кр}})}{\frac{hc}{\lambda}} = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} = 1 - \frac{0,2 \cdot 10^{-6}}{0,45 \cdot 10^{-6}} = 0,44$

**Ответ:** $\eta = 0,44$

**Пример 8.4:**

Определите максимальную скорость $V_{max}$ фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра (работа выхода A=4,3 эВ), при облучении ɣ - излучением с длиной волны $\lambda$ =2,35 пм.

**Дано:**

$\lambda = 2,35 \cdot 10^{-12}$ м

$A = 4,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж

**Найти:** V max

**Решение:**

Вычислим энергию фотона у-излучения:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{2,35 \cdot 10^{-12}} = \frac{8,464 \cdot 10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,529 \text{ МэВ}$$

Условие E≫A или 0,529 МэВ≫ 4,3 эВ выполняется , поэтому в уравнении Эйнштейна $E = A + E_к$ работой выхода A можно пренебречь: $E = E_к$ и кинетическую энергию электрона определяем по формуле:

$E_к = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$ или $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_к}{E_0} + 1 = \frac{0,529}{0,511} + 1 = 1,035 + 1 = 2,035$

Тогда $\sqrt{1-\beta^2} = \frac{1}{2,035} = 0,98$ или $1 - \beta^2 = (0,98)^2 = 0,96$ $\beta = \sqrt{1 - 0,96} = 0,2$

Рассчитаем необходимую величину:

$\beta = \frac{V}{C} = 0,2$ следовательно V max = 0,2 c = $0,2 \cdot 310^{8}$ = 60 Мм/с

**Ответ:** V max = 60 Мм/с

### 8.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Определите для фотона с длиной волны $\lambda$ = 0,8 мкм: 1) его энергию; 2)импульс; 3) массу.

2. «Красная граница» для вольфрама $\lambda_{кр}$ = 276 нм. Найдите: а) работу выхода электронов из цезия; б) максимальную скорость и энергию электронов, вырываемых из цезия излучением с длиной волны $\lambda$ = 200нм.

3. Фотоэффект у некоторого металла начинается при частоте падающего света $\nu_{кр} = 5 \cdot 10^{14} c^{-1}$. Определите частоту света, при которой освобождаемые им *с* поверхности данного металла электроны полностью задерживаются разностью потенциалов в 2,8 В. Найдите работу выхода для данного металла.

4. При освещении некоторого металла излучением с длиной волны $\lambda_1$ = 350 нм задерживающий потенциал равен 0,5 В, при длине волны $\lambda_2$ = 316 нм задерживающий потенциал становится равным 1,2 В. Считая заряд электрона и скорость света известными, определите постоянную Планка и работу выхода электрона из данного металла.

5. Плоский цинковый электрод освещается монохроматическим излучением с длиной волны $\lambda$ = 200 нм. Определите, на какое максимальное расстояние от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженностью E = 15 В/см. Красная граница фотоэффекта для цинка $\lambda_{кр}$ = 296 нм.

6. Задерживающее напряжение для вольфрамовой пластинки (работа выхода 4,5 эВ) составляет 3,5 В. При тех же условиях для другой пластинки задерживающее напряжение равно 5,1 В. Определите работу выхода электронов из этой пластинки.

7. Максимальная скорость фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его ɣ -квантами, равна 240 Мм/с. Определить энергию ɣ-квантов.

8. Какова длина волны света, масса фотона которого равна 0,5 массы покоящегося электрона?

9. При какой длине волны импульс фотона будет равен импульсу молекулы кислорода при комнатной температуре?

10. Медный шарик, удаленный от других тел, облучает монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 2{,}2\cdot10^{-4}$ м. До какого максимального потенциала зарядится шарик, теряя фотоэлектроны?

11. Определите, с какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия $E_к$ равнялась энергии фотона с длиной волны $\lambda$= 0,45 мкм.

12. Определите, с какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия $E_к$ равнялась энергии фотона с длиной волны $\lambda$= 2 пм.

13. Плоскую серебряную пластину освещают излучением со сплошным спектром, коротковолновая граница которого соответствует длине волны $\lambda$ = 40 нм. Вычислите, на какое максимальное расстояние от поверхности пластинки может удалиться фотоэлектрон, если вне пластинки имеется задерживающее однородное электрическое поле с напряженностью E = 8 В/см? Работа выхода электронов из серебра 4,3 эВ.

14. Фотоэффект у некоторого металла начинается при частоте падающего света $\nu_0 = 7{,}2\cdot10^{14}$ Гц. Определите частоту света, при которой освобождаемые им с поверхности данного металла электроны полностью задерживаются разностью потенциалов в 3,5 В. Найдите работу выхода для данного металла.

15. Определите, до какого потенциала зарядится цинковый шарик, удаленный от других тел, при его облучении монохроматическим светом с длиной волны $\lambda$ = 220 нм. Работа выхода электронов из цинка 4,2 эВ.

## 8.4 Домашняя работа № 8

### Вариант № 1

1. Определите для фотона с длиной волны $\lambda$ = 0,65 мкм: 1) его энергию; 2) импульс; 3) массу.
2. «Красная граница» для цинка $\lambda_{кр}$ = 296 нм. Найдите: а) работу выхода электронов из цезия; б) максимальную скорость и энергию электронов, вырываемых из цезия излучением с длиной волны $\lambda$= 230нм.
3. Средняя длина волны излучения лампочки накаливания $\lambda = 8\cdot10^{-7}$ м.

Найдите число фотонов, испускаемых 36-ваттной лампочкой в единицу времени (считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение).

4. При освещении некоторого металла излучением с длиной волны $\lambda_1$ = 340 нм задерживающий потенциал равен 0,4 В, при длине волны $\lambda_2$ = 312 нм задерживающий потенциал становится равным 1 В. Считая заряд электрона и скорость света известными, определите постоянную Планка и работу выхода электрона из данного металла.

5. Определите, с какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия $E_к$ равнялась энергии фотона с длиной волны $\lambda$= 2,6 пм.

**Вариант № 2**

1. Определите работу выхода электронов из калия, если «красная граница» фотоэффекта для него равна $\lambda_{кр}$= 565 нм.

2. Какова длина волны света, масса фотона которого равна 0,8 массы покоящегося электрона?

3. Определите для фотона с длиной волны $\lambda$ = 440 нм: 1) его энергию; 2) импульс; 3) массу.

4. «Красная граница» для вольфрама $\lambda_{кр}$ = 276 нм. Найдите: а) работу выхода электронов из цезия; б) максимальную скорость и энергию электронов, вырываемых из цезия излучением с длиной волны $\lambda$ = 210 нм.

5. Плоскую серебряную пластину освещают излучением со сплошным спектром, коротковолновая граница которого соответствует длине волны $\lambda$ = 50 нм. Вычислите, на какое максимальное расстояние от поверхности пластинки может удалиться фотоэлектрон, если вне пластинки имеется задерживающее однородное электрическое поле с напряженностью E = 12 В/см? Работа выхода электронов из серебра 4,3 эВ.

**Вариант № 3**

1.Определите для фотона с длиной волны $\lambda$ = 340 нм: 1) его энергию; 2) импульс; 3) массу.

2.«Красная граница» для цезия $\lambda_{кр}$ = 661 нм Найдите: а) работу выхода электронов из цезия; б) максимальную скорость и энергию электронов, вырываемых из цезия излучением с длиной волны $\lambda$ = 490нм.

3. Фотоэффект у некоторого металла начинается при частоте света $\nu_0$ $=5{,}4\cdot10^{14}$ Гц. Определите частоту света, при которой освобождаемые им с поверхности данного металла электроны, полностью задерживаются разностью потенциалов 3,8 В. Найдите работу выхода из данного металла.

4.Определите максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра (работа выхода - 4,3 эВ), при облучении $\gamma$ – излучением с длиной волны 2,3 пм.

5. На поверхность металл, работа выхода электронов из которого для $A_{кр}$= 5,3 эВ, падает излучение с длиной волны $\lambda$ = 350 нм. Определите, какое напряжение необходимо приложить, чтобы фотоэффект прекратился.

**Вариант № 4**

1. Какова длина волны света, масса фотона которого равна 0,4 массы покоящегося электрона?

2. «Красная граница» фотоэффекта для некоторого металла равна 700 нм. Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) кинетическую энергию электронов; 3) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 350 нм.

3. Определите для фотона с длиной волны $\lambda$ = 720 нм: 1) его энергию; 2) импульс; 3) массу.

4. При освещении некоторого металла излучением с длиной волны $\lambda_1$ = 386 нм задерживающий потенциал равен 0,88 В, при длине волны $\lambda_2$ = 324 нм задерживающий потенциал становится равен 1,34 В. Определите постоянную Планка и работу выхода электрона из данного металла.

5. Определите, с какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия $E_к$ равнялась энергии фотона с длиной волны $\lambda$= 2,6 пм.

**Вариант №5**

1.Определите для фотона с длиной волны $\lambda$ = 0,32 мкм: 1) его энергию; 2)импульс; 3) массу.

2. При освещении катода вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом с длиной волны 580м нм фототок прекращается при некотором задерживающем напряжении. При увеличении длины волны на 30 % задерживающее напряжение оказывается меньше на 0,95 В. Определите по этим экспериментальным данным постоянную Планка.

3. «Красная граница» фотоэффекта для некоторого металла равна 700 нм. Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) кинетическую энергию электронов; 3) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 550 нм.

4.Определите длину волны фотона, импульс которого в три раза меньше импульса электрона, движущегося со скоростью 0,25 Мм/с.

5. Максимальная скорость фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его $\gamma$ –квантами, равна 260 Мм/с. Определить энергию $\gamma$ –кванта.

## Библиографический список

1. Трофимова, Т.И. Курс физики: учебное пособие / Т.И.Трофимова. – Изд. 4-е, испр. - М.: «Высшая школа», 2001. – 542 с.

2. Дмитриева, В.Ф. Основы физики: учебное пособие / В.Ф.Дмитриева. – М.: «Высшая школа», 2001.

3. Иродов И.Е. Задачи по физике: учебное пособие для вузов/ И.Е. Иродов– М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 432 с.

4. Чертов, А.Г. Задачник по физике: учебное пособие / А.Г. Чертов, А.А.Воробьев - М. «Высшая школа», 2007.-640.

5. Трофимова, Т.И. Курс физики. Задачи и решения: учебное пособие / Т.И.Трофимова., А.В.Фирсов – Изд. 4-е, испр. - М.: «Академия», 2011. – 592 с.

6. Трофимова, Т.И. Сборник задач по физике с решениями: учебное пособие / Т.И.Трофимова. – Изд. 4-е, испр. - М.: «Высшая школа», 2001. – 542 с.

БЕЛОВА МАРИНА НИКОЛАЕВНА

**ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА**

Учебно-методическое пособие по физике
для практических занятий студентов 2 курса очной формы обучения
направлений подготовки 09.03.03 Прикладная информатика,
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника,
15.03.02 Технологические машины и оборудование,
22.03.02 Металлургия, 18.03.01 Химическая технология


| | | |
|---|---|---|
| Подписано в печать 21.12.2022 г. | | |
| Формат 60x90 $^{1}/_{16}$ Рег.№ 240 | Печать цифровая Тираж 10 экз. | Уч.-изд. л. 5,94 |

ФГАОУ ВО
Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
Новотроицкий филиал
462359, Оренбургская обл., г. Новотроицк, ул. Фрунзе, 8.
E-mail: nf@misis.ru
Контактный тел. 8 (3537) 679729.